

# Einstein y la Mecánica Cuántica

Guillermo García Alcaine

Departamento de Física Teórica I

Facultad de Ciencias Físicas

Universidad Complutense, 28040 Madrid

## 1 Introducción

Esta charla va dirigida a oyentes muchos de los cuales no han estudiado Mecánica Cuántica. Trataré pues de ser lo más económico posible en el uso de fórmulas, siguiendo la opinión de S. Hawking de que en un trabajo dirigido al público no especializado cada fórmula reduce la audiencia a la mitad. Sin embargo va a ser una charla enfocada desde la física, en base a los experimentos e interpretaciones actuales, y no en el análisis histórico de las formulaciones originales, o en discusiones filosóficas que todavía persisten.

Albert Einstein contribuyó esencialmente al nacimiento de la Mecánica Cuántica. Al analizar el *efecto fotoeléctrico* en 1905 fue el primero en proponer la discretización de la radiación electromagnética en *cuantos de luz (fotones)* como un auténtico fenómeno físico. Planck había utilizado en 1900 una discretización análoga *como un acto de desesperación*, para reproducir teóricamente el comportamiento observado de la radiación del cuerpo negro, pero sin atreverse a proponerlo como algo más que un método de cálculo. Aunque al principio la explicación de Einstein tropezó con fuertes reticencias, acabó siendo la contribución concreta que se cita en la concesión de su Premio Nobel de Física en 1921<sup>1</sup>. El análisis de Einstein del efecto fotoeléctrico no es objeto de controversia hoy: los lectores interesados pueden encontrarlo discutido en los libros de Física Cuántica [1].

---

<sup>1</sup>En la recomendación para su ingreso en la Academia Prusiana de Ciencias, los firmantes, que incluían a Planck, decían: “... there is hardly one among the great problems, in which modern physics is so rich, to which Einstein has not made an important contribution. That he may have missed the target in his speculations, as, for example, in his hypothesis of light quanta (photons), cannot really be held too much against him, for it is not possible to introduce fundamentally new ideas, even in the most exact sciences, without occasionally taking a risk.”.

En cambio, en la concesión del premio Nobel se dice “... for his services to Theoretical Physics, and especially for his discovery of the law of the photoelectric effect.” Estas dos citas están recogidas en [1].

Pese a este protagonismo inicial, Einstein fue sintiéndose cada vez más insatisfecho con la evolución de la Mecánica Cuántica, especialmente con su interpretación dominante (Bohr y la escuela de Copenhague). No discutía el éxito de la teoría para reproducir una gama cada vez más amplia de fenómenos, pero sentía que no podía ser la última palabra<sup>2</sup>.

No voy a hacer un repaso cronológico de las tormentosas relaciones de Einstein con la Mecánica Cuántica; en particular, no entraré en sus famosas discusiones con Bohr, sobre las cuales siguen apareciendo artículos en la actualidad<sup>3</sup>, pero a las que no puedo aportar nada, ya que no soy historiador.

He preferido centrarme en su oposición a unos pocos aspectos concretos de la Mecánica Cuántica, que pueden tratarse de forma relacionada: su carácter esencialmente probabilístico (*Dios no juega a los dados*), su filosofía positivista y no realista (*¿Está la Luna ahí cuando nadie la mira?*), y las aparentes influencias instantáneas entre partes arbitrariamente separadas de ciertos sistemas compuestos (*fantasmales acciones a distancia*). Al limitarme de esta manera confío en que lo que se pierda en generalidad se gane en profundidad y comprensión de los aspectos seleccionados.

Apoyándome en ejemplos sencillos para observables de espín, comentaré en cada caso la evidencia experimental, la descripción cuántica ortodoxa, y la actitud de Einstein ante ésta. Terminaré con el teorema de Bell [3], que demuestra que el realismo local es incompatible con la Mecánica Cuántica, cerrando el paso a la esperanza de Einstein de *completarla* de esta manera.

## 2 Rareza de la Mecánica Cuántica

Antes de entrar en materia creo justo reconocer que la Mecánica Cuántica tiene aspectos ciertamente sorprendentes, ajenos a nuestro sentido común clásico, que es algo extraído de la observación de los fenómenos cotidianos, en los que los aspectos cuánticos no suelen ser directamente perceptibles.

---

<sup>2</sup>Es la segunda cuestión (es completa la descripción dada por la teoría) y no la primera (es correcta la teoría) la que deseamos considerar aquí en relación con la Mecánica Cuántica, decía Einstein en 1935 [2].

Es interesante notar que otro de los padres fundadores de la Mecánica Cuántica, Erwin Schrödinger, también fue distanciándose de la teoría que había contribuido esencialmente a crear. En el caso de Schrödinger su incomodidad se basaba en la rareza de las superposiciones lineales de objetos macroscópicos (*gato de Schrödinger*), y en las extrañas propiedades de los estados cuánticos *entrelazados* (“verwickelten, verschränkt” en alemán, *entangled* en inglés) de sistemas compuestos, los mismos sistemas en los cuales Einstein, Podolsky y Rosen (EPR) trataban de evitar *fantasmales acciones a distancia* (“spooky actions at a distance”) a través de la existencia de “Elements of Physical Reality” (*EPRs*). Volveré sobre estos temas a lo largo de la charla.

<sup>3</sup>El lector curioso puede introducir las palabras Bohr+Einstein+Solvay en el buscador <http://scholar.google.com> y encontrará más de doscientas referencias, muchas de ellas recientes; en el buscador Google general, los resultados aumentan a más de cinco mil.

Para complicar las cosas, en el pasado han sido frecuentes los análisis incorrectos de la Mecánica Cuántica, por ejemplo suponiendo que las mediciones en sistemas compuestos generan acciones a distancia causales instantáneas a través del colapso de la función de onda, error que todavía persiste en muchos artículos de divulgación, y que es la mayor fuente de confusión sobre las implicaciones de la Mecánica Cuántica: hoy se entienden las cosas mucho mejor y esta dificultad concreta puede eliminarse [4]. Las *rarezas* que subsisten, como la existencia y propiedades de las *superposiciones lineales* y de los *estados entrelazados* [5], y sus manifestaciones en el experimento de la doble rendija, en la teleportación del estado cuántico, etc., son propiedades experimentalmente comprobadas de la Naturaleza, que la Mecánica Cuántica se limita a reproducir; volveré sobre ello a lo largo de la charla.

La Mecánica Cuántica ha superado todas las *trampas* experimentales a las que ha sido sometida, algunas de ellas muy sofisticadas, como los experimentos de borrado cuántico, elección retardada, mediciones sin interacción, efecto Zenon cuántico, etc.: ninguna alternativa ha sobrevivido a dichas pruebas. Además, la *Electrodinámica Cuántica* (*QED*, *Quantum Electrodynamics*), basada en la Mecánica Cuántica, ha proporcionado el acuerdo más preciso conocido entre predicciones teóricas y resultados experimentales (valor de la constante de estructura fina electromagnética). Pero por supuesto la Mecánica Cuántica cumple el criterio de *falsabilidad* de Popper para cualquier teoría científica, y nuevos experimentos podrían obligar a abandonarla, o más probablemente a modificarla o trascenderla, por ejemplo, al acercarse a distancias del orden de la longitud de Planck,  $1.6 \times 10^{-35}$ m.

Acabará esta sección con un par de citas. La primera es del libro de Max Jammer “The Philosophy of Quantum Mechanics” [6], el mejor estudio comparado de los problemas conceptuales de la Mecánica Cuántica y sus diversas interpretaciones hasta el momento de su publicación en 1974:

*Nunca en la historia de la ciencia ha existido una teoría con un impacto tan profundo en el pensamiento humano como la Mecánica Cuántica; ni con un éxito tan espectacular en la predicción de una gama tan enorme de fenómenos (física atómica, física del estado sólido, química, etc.).*

La segunda es de la introducción del artículo “Testing the limits of quantum mechanics: motivation, state of play, prospects”, del Premio Nobel 2003 A. J. Leggett [7]:

*La Mecánica Cuántica es mucho más que simplemente una teoría; es una forma completamente nueva de mirar al mundo, implicando un cambio de paradigma quizás más radical que ningún otro en la historia del pensamiento humano.*

### 3 Cuantificación o discretización de resultados

Experimentalmente se comprueba que muchas magnitudes físicas tienen valores discretos. Así, la energía de los átomos toma sólo ciertos valores, llamados niveles de energía atómicos; los momentos angulares son siempre múltiplos enteros o semienteros de una cantidad universal llamada la constante de Planck reducida, denotada por  $\hbar$ ; la luz absorbida o emitida por los átomos lo es sólo en ciertos intervalos estrechos de frecuencia característicos de cada tipo de átomo, intervalos cuyo conjunto constituye el llamado espectro del átomo, etc. Las teorías clásicas, en las que las variables dinámicas toman valores continuos, son incapaces de reproducir este comportamiento; la Mecánica Cuántica en cambio lo incorpora desde el principio en su formalismo.

La primera magnitud para la que esta discretización se manifestó fue la energía (radiación del cuerpo negro, efecto fotoeléctrico,...). Einstein jugó pues un papel esencial en la aceptación de la cuantificación de los resultados físicos. Aquí voy a centrarme en la cuantificación del momento angular, que es más sencilla de justificar y que será el hilo conductor de toda la charla.

Existe una propiedad física de carácter vectorial (es decir, descrita mediante un vector, con módulo, dirección y sentido) llamada *momento dipolar magnético*, que interacciona con los campos magnéticos. En un famoso experimento realizado en 1922, W. Gerlach y S. Stern hicieron pasar un haz de átomos de plata a través de un campo magnético inhomogeneo especialmente diseñado, lo que desde entonces se conoce como dispositivo de Stern-Gerlach; una descripción detallada y accesible del experimento puede verse por ejemplo en [1]. Para lo que aquí necesito basta decir que clásicamente sería de esperar que las trayectorias de los átomos de plata sufrieran desviaciones comprendidas entre dos valores extremos, incluidas todas las desviaciones intermedias. En vez de eso, el experimento mostró que al incidir los átomos sobre una pantalla daban lugar sólo a dos manchas discretas, lo que indica que la componente del momento dipolar magnético de los átomos de plata en la dirección en que está orientado el Stern-Gerlach toma sólo dos valores posibles. Lo mismo ocurre si se elige cualquier otra orientación del dispositivo; la conclusión de esto es que la componente del vector momento dipolar magnético de los átomos de plata, **en cualquier dirección** que se elija, está cuantificada.

Por otro lado, el momento dipolar magnético resulta ser proporcional al momento angular [1]. El experimento de Stern-Gerlach muestra pues que el momento angular intrínseco o *espín* de cada átomo de plata es un vector cuya componente en cualquier dirección puede tomar sólo dos valores discretos. Estos valores resultan ser  $\hbar/2, -\hbar/2$ . Otros análisis teóricos y experimentales indican que el cuadrado del vector espín de un átomo de plata es  $\vec{s}^2 = 3\hbar^2/4$ .

Las propiedades de los momentos angulares cuánticos (orbitales o de espín) son pues

muy distintas de las de las magnitudes vectoriales clásicas: cualquier componente de un momento angular cuántico está discretizada, su módulo es siempre estrictamente menor que el módulo del vector momento angular correspondiente (salvo para el caso trivial de vector nulo), la máxima caracterización de un momento angular cuántico viene dada por el módulo del vector (también cuantificado) y una componente del mismo (no por tres componentes independientes como clásicamente), y la suma de dos momentos angulares cuánticos obedece reglas muy diferentes de las de la suma de dos vectores clásicos. Los detalles pueden verse en los libros de Mecánica Cuántica.

Hasta donde yo sé, Einstein no planteó objeciones específicas a estos aspectos no clásicos del momento angular, aunque el hecho de que al sumar dos momentos angulares cuánticos puedan obtenerse varios resultados, con probabilidades dadas por los cuadrados de los coeficientes de Clebsch-Gordan correspondientes, entra de lleno en su objeción al carácter probabilístico de la Mecánica Cuántica.

#### 4 Propiedades mutuamente incompatibles

Considérese un dispositivo de Stern-Gerlach orientado en la dirección vertical (eje  $z$ ), atravesado por átomos de plata como en el experimento original. Se absorben mediante un obstáculo los átomos que tienen componente  $z$  de espín negativa y se dejan pasar los de componente positiva sin perturbarlos. Mediante este dispositivo de *filtrado* se seleccionan átomos con componente positiva de espín en la dirección  $z$ : si se coloca a continuación otro Stern-Gerlach también en la dirección  $z$ , todos los átomos vuelven a salir como corresponde a tener componente positiva.

Los átomos resultantes de la preparación anterior se hacen pasar ahora por otro Stern-Gerlach orientado en una dirección  $x$  perpendicular a la primera, y se absorben los de componente  $x$  de espín negativa. Todos los átomos supervivientes tienen ahora componente  $x$  de espín positiva, como puede comprobarse haciéndolos pasar por nuevos Stern-Gerlach en la dirección  $x$ .

A continuación se hacen pasar por un nuevo Stern-Gerlach otra vez en la dirección  $z$ . Sorprendentemente para la intuición clásica, el resultado es que la mitad de ellos salen con componente  $z$  de espín positiva y la otra mitad con componente  $z$  negativa. ¡Al seleccionar en segundo lugar el valor positivo para la componente  $x$  de espín, se ha destruido la selección previa para la componente  $z$ !

De esto se concluye que es imposible seleccionar **conjuntos** de átomos de plata que tengan a la vez bien definidas dos componentes distintas de espín. Es decir: las componentes de espín en dos direcciones distintas son *observables incompatibles*.

La descripción cuántica se refiere siempre a *colectivos* de sistemas: un estado cuántico es lo que tienen en común un conjunto de sistemas físicos preparados de la misma forma. Al medir un observable en un conjunto de sistemas físicos en un estado dado, la Mecánica Cuántica permite **sólo** calcular la probabilidad de obtener cada uno de los distintos valores posibles. Por ejemplo, si se preparan átomos de plata con componente  $z$  de espín positiva, la Mecánica Cuántica predice que al medir la componente de espín en una dirección ortogonal cualquiera, las probabilidades de encontrar un resultado positivo o uno negativo son iguales, sin poder predecir cual de estos valores se encontrará en cada caso individual. La Mecánica Cuántica permite también calcular la probabilidad de obtener un resultado positivo o negativo para la componente de espín de los átomos de plata en cualquier otra dirección no ortogonal a la de partida. Todas estas predicciones, **esencialmente probabilísticas**, pueden comprobarse experimentalmente.

Einstein no discutía la imposibilidad experimental de preparar conjuntos de sistemas libres de dispersión a la vez para dos observables incompatibles, y tampoco que las predicciones estadísticas de la Mecánica Cuántica fueran correctas. Pero se negaba a aceptar que la descripción puramente probabilística fuera la más completa posible para un sistema individual, actitud resumida en su famosa afirmación *Dios no juega a los dados*.

## 5 Realismo vs. positivismo

Einstein era *realista*. De acuerdo con esta escuela filosófica, los valores de las propiedades físicas de un sistema individual dado existen independientemente de que se observen o no: una medición ideal de una propiedad se limitaría así a descubrir un valor preexistente de la misma. Son famosas las preguntas: ¿está la Luna ahí cuando nadie la mira?, ¿hace ruido un árbol al caer si nadie lo oye?, etc. Los físicos y filósofos realistas consideraban evidentes las respuestas afirmativas<sup>4</sup>. En cambio para fenómenos microscópicos las respuestas son mucho menos evidentes, y como veremos más adelante el realismo local resulta experimentalmente insostenible para sistemas simples como los espines atómicos.

Bohr y la escuela de Copenhague eran *positivistas*: consideraban que la Mecánica Cuántica se ocupa sólo de aquellas propiedades que efectivamente se miden<sup>5</sup>. Las espec-

---

<sup>4</sup>Para la posición de la Luna o la caída de un árbol, ello puede mantenerse aunque se tenga en cuenta la Mecánica Cuántica, como veremos en la sección siguiente.

<sup>5</sup>Según Pauli, *Devanarse los sesos acerca de si algo sobre lo que no puede saberse nada existe a pesar de ello, es como preguntarse cuántos ángeles pueden sentarse en la punta de una aguja. Me parece que todas las objeciones de Einstein son en el fondo de este estilo*. Por el contrario Einstein prefería creer que cosas sobre las que no puede conocerse nada, como el momento de una partícula con posición definida, existen a pesar de ello, antes que aceptar *fantasmales acciones a distancia* en ciertos sistemas compuestos (citas extraídas de [9]). Comentaré más adelante que la disyuntiva que Einstein se planteaba, *realismo*

ulaciones *contrafactuales* sobre lo que ocurriría si en vez de medir una propiedad no se midiera nada, o se midiera otra propiedad distinta, no tienen cabida en un planteamiento positivista. En frase rotunda de Asher Peres, *los experimentos no realizados no tienen resultados* [8].

En el apartado anterior hemos visto que no es posible seleccionar a la vez conjuntos de sistemas físicos libres de dispersión para dos componentes de espín distintas, pero ello no prohíbe en principio que cada sistema individual pueda tener bien definidos a la vez los valores de más de una componente de espín, aunque estos valores sean desconocidos y solo pueda determinarse uno de ellos en cada sistema individual<sup>6</sup>. La *preexistencia* o no de valores para una o varias propiedades en un sistema individual pareció durante mucho tiempo una cuestión *metafísica*, imposible de confirmar o rechazar experimentalmente. Sorprendentemente, 9 años después de la muerte de Einstein J. S. Bell demostró [3] que ello no es cierto, y que existen experimentos capaces de distinguir ambas hipótesis.

En cualquier caso, y puesto que la descripción cuántica se refiere sólo a colectivos de sistemas, Einstein pensaba que podría existir otra teoría, para la que no llegó a hacer ninguna propuesta concreta, en la que fuera posible una descripción más precisa de los sistemas individuales, de forma que la Mecánica Cuántica resultara ser una formulación estadística de esta otra teoría más detallada.

Einstein y la Mecánica Cuántica ortodoxa de Bohr diferían en sus fundamentos filosóficos, realismo y positivismo, respectivamente. Durante mucho tiempo no existió ningún resultado experimental que permitiera decidir entre ambas opciones.

## 6 Superposiciones lineales

Este apartado es un poco más técnico, pero ayudará a entender por qué el realismo, que funciona bien en nuestro entorno habitual clásico, y por ello resulta tan atractivo<sup>7</sup>, no puede extenderse en cambio a los fenómenos microscópicos

Debido a la existencia de superposiciones lineales, la descripción cuántica no es realista en el sentido discutido en la sección anterior. En nuestro entorno cotidiano no tenemos experiencia directa de dichas superposiciones, que en cambio son habituales en el

---

o *acciones a distancia*, no lo es en realidad: la Mecánica Cuántica no es realista, pero tampoco implica acciones a distancia.

<sup>6</sup>Dos observables incompatibles no pueden medirse conjuntamente, y la medición sucesiva de ambos no es adecuada, ya que la primera medición cambia el estado del sistema e impide que la segunda se realice en el estado original.

<sup>7</sup>La existencia de una realidad exterior independiente de los procesos de observación era aceptada de forma más o menos explícita por la inmensa mayoría de los físicos anteriores a la Mecánica Cuántica

tratamiento cuántico de los fenómenos microscópicos<sup>8</sup>, como voy a ilustrar con un sencillo ejemplo para estados de espín.

En Mecánica Cuántica los estados de espín de los conjuntos de partículas con componente  $x$  positiva,  $z$  positiva y  $z$  negativa de espín se representan respectivamente por los espinores de dos componentes,

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

El primer espinor puede escribirse como superposición lineal de los otros dos,

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Cada sistema físico individual del conjunto de los representados por este estado cuántico no tiene componente  $z$  de espín ni positiva ni negativa (ni por supuesto cero; los únicos valores posibles son  $\pm 1$ , en unidades de  $\hbar/2$ ): este estado se caracteriza por algo completamente distinto; representar un conjunto de sistemas individuales **todos los cuales** tienen componente  $x$  de espín positiva.

Dicho de otra forma: la superposición lineal de estados con valores bien definidos distintos de una propiedad (valor positivo y negativo para la componente  $z$  de espín) da lugar a un estado con un valor bien definido para **otra propiedad distinta**, componente  $x$  de espín positiva en nuestro ejemplo (o componente negativa si hubieramos restado ambas contribuciones, o componente  $y$  de espín positiva si hubiesemos multiplicado el segundo sumando por  $i$ , etc.).

Si se mide ahora la componente  $z$  de espín en el colectivo de sistemas físicos en el estado  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ , se encontrará la mitad de las veces componente  $z$  positiva y la otra mitad de las veces negativa, pero en la descripción cuántica esos valores encontrados en la medición no existían antes de la misma: **la descripción cuántica del espín no es realista**<sup>9</sup>.

---

<sup>8</sup>Aparte de las consecuencias que la existencia de superposiciones lineales tiene sobre la descripción cuántica de la Naturaleza, podemos preguntarnos si dichas superposiciones tienen aplicaciones prácticas. La respuesta es un rotundo sí: la transmisión cuántica de información, la criptografía cuántica, los ordenadores cuánticos, etc., se basan en la existencia de superposiciones lineales y en concreto en su manifestación más notable, los estados *entrelazados* (*entangled*). Estos son temas de enorme interés fundamental (interpretación del proceso de medición, posibilidad de realizar cálculos imposibles en la práctica clásicamente,...), tecnológico (aumento de precisión de las mediciones, mejora de los procesos de fabricación, de la estabilidad de las transmisiones,...), económico y estratégico (transmisión segura de información financiera, diplomática, militar,...), etc. [5]

<sup>9</sup>Calificar de **no realista** a una teoría física puede parecer peyorativo, pero de acuerdo con la definición de realismo dada al comienzo de esta sección, ello quiere decir únicamente que las mediciones no se limitan en general a descubrir valores preexistentes.



Sigamos un poco más. Los sistemas físicos para los que en la medición anterior se ha encontrado un valor positivo de la componente  $z$  de espín se encuentran después de ello en el estado  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ , que ya no es autoestado de la componente  $x$ , sino que es la siguiente superposición lineal de estados con componente  $x$  positiva y negativa,

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Si en un conjunto de sistemas físicos en este estado se mide la componente  $x$  de espín, se encuentra la mitad de las veces valor positivo y la otra mitad negativo, sin que estos valores estuviesen definidos antes de la medición (y en ambos casos la componente  $z$  de espín deja de tener un valor definido). La descripción cuántica reproduce pues de forma natural el comportamiento observado en los experimentos de Stern-Gerlach.

En cambio, en una teoría realista en la que cada sistema individual tuviera valores bien definidos (aunque desconocidos) a la vez para las componentes  $x$ ,  $z$  de espín, habría que explicar por qué tras seleccionar primero un conjunto de sistemas físicos todos ellos con componente  $x$  positiva y luego dentro de estos los de componente  $z$  positiva, sólo la mitad de estos últimos siguen teniendo componente  $x$  positiva. La segunda preparación habría cambiado de signo la componente  $x$  de espín (supuestamente bien definida también) en la mitad de los sistemas individuales (¿por qué en unos sí y en otros no?, ¿en cuales sí?,...). Nótese que la Mecánica Cuántica no tiene este problema; a la salida de un Stern-Gerlach, sólo la componente de espín en la dirección correspondiente tiene valores bien definidos, independientemente de cual fuera el estado de espín a la entrada, y en particular, de que hubiera sido filtrado o no previamente por dispositivos de Stern-Gerlach en otras direcciones.

La existencia o no de superposiciones lineales ayuda a entender por qué el realismo no funciona para los sistemas simples y en cambio sí lo hace para los sistemas complejos. A la pregunta: en un estado con componente  $x$  de espín positiva, ¿tiene la componente  $z$  de espín un valor definido aunque no se mida?, la respuesta de la Mecánica Cuántica (consistente con los experimentos) es **no**. En cambio, la pregunta sobre si la posición de la Luna tiene un valor definido aunque nadie la mire, y la pregunta asociada de si el movimiento de la Luna sigue una trayectoria clásica (en vez de venir descrito por densidades de probabilidad cuánticas extensas), pueden responderse afirmativamente, dado que es imposible mantener superposiciones lineales de objetos tan complejos como la Luna [10].

Antes de abandonar el tema, quiero comentar brevemente la *paradoja del gato de Schrödinger*. Schrödinger la formuló para resaltar la extrañeza de que en un estado superposición lineal de gato vivo y gato muerto, el infeliz felino teóricamente no esté ni vivo ni muerto hasta que alguien abre su caja, mide su estado (mirando) y colapsa éste, o bien a gato vivo, o bien a gato muerto; con ello parece que es este observador el que

mata o indulta al gato, que hasta ese momento estaba dentro de su caja en un estado de *vitalidad* indefinida<sup>10</sup>.

No voy a entrar en la discusión tradicional del tema, que incluye el llamado *problema de la medición*, la presunta necesidad de *observadores conscientes*, el *colapso instantáneo del estado cuántico*, etc., aspectos sobre los que se han escrito muchísimas tonterías. Voy a quedarme en el paso previo: la presunta existencia de superposiciones lineales de gato vivo y gato muerto.

Por analogía con lo dicho en el caso de los estados de espín, si fuera posible mantener un estado puro,

$$|gato+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|vivo\rangle + |muerto\rangle\},$$

este estado no solo no correspondería ni a gato vivo ni a gato muerto, sino que tendría un valor perfectamente definido para alguna otra propiedad desconocida distinta de la *vitalidad*, igual que el estado suma de los estados de espín con componente  $z$  positiva y negativa de una partícula de espín  $1/2$  se caracteriza por describir un conjunto de sistemas todos los cuales tienen valor bien definido para una propiedad distinta, la componente  $x$  de espín. Más aún: el estado

$$|gato-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|vivo\rangle - |muerto\rangle\},$$

es también puro (máximamente determinado) y ortogonal al anterior. Los estados  $|gato+\rangle$  y  $|gato-\rangle$  son tan distintos entre sí como  $|vivo\rangle$  lo es de  $|muerto\rangle$ , o como el estado con componente  $x$  de espín positiva lo es del estado con componente  $x$  negativa.

Y la cosa no termina aquí: para cada valor de la constante real  $\alpha$ , la pareja de estados

$$|\alpha+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|vivo\rangle + e^{i\alpha}|muerto\rangle\}, \quad |\alpha-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|vivo\rangle - e^{i\alpha}|muerto\rangle\},$$

serían autoestados mutuamente ortogonales (es decir, lo más distintos posible) de un continuo de propiedades incompatibles (e inimaginables) distintas entre sí y todas ellas distintas de la vitalidad, de forma similar a cómo las componentes de espín en cada una de las direcciones perpendiculares al eje  $z$  son propiedades incompatibles distintas entre sí y de la componente  $z$  de espín<sup>11</sup>.

---

<sup>10</sup>Nótese que una superposición lineal cuántica es muy diferente de una mezcla clásica, en la que, si el experimento se repite con muchos gatos, cada uno está, o bien vivo o bien muerto, aunque para cada gato individual ello solo se averigüe al abrir la caja. En cambio cada uno de los gatos representados por el estado superposición lineal no está ni vivos ni muerto

<sup>11</sup>He incluido esta nota pensando en el lector más ambicioso, pero en una primera lectura puede omitirse.

Para el caso del gato, podemos imaginar alguna propiedad dicotómica distinta de la vitalidad; por ejemplo, tener los ojos abiertos o cerrados. Un gato puede tener los ojos abiertos estando vivo o muerto, y lo mismo con ojos cerrados; pero no hay ninguna razón para suponer que tener los ojos abiertos o cerrados

El análisis habitual de la paradoja del gato de Schrödinger se centra en decidir quién o cuándo colapsa la presunta superposición lineal de gato vivo y gato muerto. Pero antes de precipitarse a estas discusiones sería conveniente plantearse qué representaría cada una de estas infinitas superposiciones distintas, para lo cual no hay respuesta conocida. Afortunadamente, el problema no se presenta: un gato es un sistema demasiado complicado para que puedan mantenerse superposiciones lineales de estados distintos durante un tiempo apreciable [10].

Es fácil obtener y mantener superposiciones lineales de estados de espín durante un tiempo suficiente para confirmarlas mediante experimentos de Stern-Gerlach sucesivos en direcciones distintas; lo mismo ocurre con otros muchos sistemas *simples* (pocos grados de libertad). En cambio, resulta imposible mantener superposiciones lineales de sistemas físicos como gatos, árboles o planetas durante un tiempo que permita detectarlas; el aspecto clave no es que estos sistemas sean *macroscópicos*, sino que son *complejos*, con muchos grados de libertad. A la vista de esto es natural preguntarse: ¿hasta dónde puede corresponda a superposiciones lineales concretas (ortogonales entre sí) de gato vivo y muerto, y resulta más difícil aún imaginar un continuo de propiedades dicotómicas distintas, como las que corresponderían a los infinitos valores posibles de la fase relativa  $\alpha$ . Además, la vitalidad y la apertura de ojos son propiedades compatibles, que pueden medirse en un mismo gato, mientras que las propiedades de las que son propias las distintas superposiciones vivo-muerto deberían ser incompatibles entre sí y con la vitalidad (no tienen autoestados comunes). La *decoherencia* elimina todas estas dificultades. Sin entrar en los detalles de los mecanismos físicos que la producen en los sistemas abiertos (es decir, en interacción con un entorno externo), ni en qué base privilegiada tiene lugar, ni los tiempos característicos, etc., voy a resumir brevemente cómo todas las distintas superposiciones lineales anteriores se convierten en un único estado mezcla incoherente.

Un estado puro  $|\psi\rangle$  puede representarse también por un proyector unidimensional  $|\psi\rangle\langle\psi|$  (un caso particular de los operadores estado genéricos que representan todos los estados físicos, puros o no). Los estados puros correspondientes a las superposiciones lineales anteriores vienen pues representados también por la siguiente familia de operadores estado:

$$\begin{aligned} |\alpha \pm\rangle\langle\alpha \pm| &= \frac{1}{\sqrt{2}}\{ |vivo\rangle \pm e^{i\alpha}|muerto\rangle\} \frac{1}{\sqrt{2}}\{ \langle vivo| \pm e^{-i\alpha}\langle muerto| \} \\ &= \frac{1}{2}\{ |vivo\rangle\langle vivo| + |muerto\rangle\langle muerto| \} \pm \frac{1}{2}\{ e^{-i\alpha}|vivo\rangle\langle muerto| + e^{i\alpha}|muerto\rangle\langle vivo| \}. \end{aligned}$$

Las dos últimas contribuciones, elementos no diagonales en la base de vectores  $|vivo\rangle, |muerto\rangle$  (que es la base *natural* del sistema), se denominan *coherencias*, y dependen de la base en la que se exprese el operador estado. El proceso de decoherencia consiste en la disminución de los coeficientes de estos términos hasta su completa desaparición. El estado resultante es una mezcla incoherente, representada por el operador estado

$$\frac{1}{2}\{ |vivo\rangle\langle vivo| + |muerto\rangle\langle muerto| \}$$

Este estado cuántico representa un colectivo de sistemas físicos en cada uno de los cuales el gato está, o bien vivo, o bien muerto, con la misma probabilidad, aunque ignoremos qué posibilidad se da en cada sistema individual. Las dificultades de interpretación de las superposiciones lineales han desaparecido.

extenderse la observación de superposiciones cuánticas?

En experimentos con *SQUIDS* (*Superconducting Quantum Interference Devices*), que son toros superconductores con una o varias uniones de Josephson, se han preparado y observado [12] superposiciones lineales de estados puros cuánticos correspondientes a corrientes eléctricas en un sentido y el opuesto, con unos  $10^{10}$  pares de Cooper y una corriente del orden del microamperio<sup>12</sup>. Estos estados superposición lineal no corresponden a que en un sistema individual la mitad de los pares de Cooper vayan en un sentido, la otra mitad en el otro, y la corriente total sea nula, igual que el estado superposición de componente de espín  $z$  positiva más componente de espín  $z$  negativa no significa componente  $z$  nula, sino componente  $x$  positiva<sup>13</sup>. En el caso de los SQUIDS las superposiciones lineales suma y diferencia de los estados con corriente en un sentido y corriente en el opuesto corresponden a dos autoestados de la energía, una propiedad muy distinta del sentido de circulación de la corriente eléctrica. Estos estados tienen energías diferentes, y son similares a las combinaciones simétrica y antisimétrica de los autoestados de una partícula en un pozo de potencial doble. Este desdoblamiento de la energía ha sido confirmado experimentalmente.

Además, en el SQUID es posible conseguir oscilaciones entre el estado con corriente en un sentido y el estado con corriente en el otro, pasando por un continuo de estados superposición lineal de los anteriores con coeficientes variables. Traduciendo esto al gato de Schrödinger original, sería como oscilar desde gato cien por ciento vivo a gato cien por ciento muerto, **¡y de nuevo a gato totalmente vivo!**, pasando por todos los estados superposición lineal intermedios, en los que las amplitudes respectivas oscilan de forma continua y el gato no está ni vivo ni muerto. Esta *muerte y resurrección* periódica del gato,

---

<sup>12</sup>Aunque a veces se le califica a este sistema como *macroscópico*, es más razonable reservar esta calificación para sistemas con un número de partículas del orden del número de Avogadro,  $6 \times 10^{23}$ , o unos pocos órdenes de magnitud menos. El sistema anterior tiene un número de pares de Cooper del orden de la raíz cuadrada de este número, está pues a mitad de camino entre una partícula y un sistema macroscópico, y puede considerarse un ejemplo de sistema *mesoscópico* (un *mesogato de Schrödinger*). Pero nótese que todos los pares de Cooper están en un mismo estado cuántico colectivo, por lo que el sistema se encuentra en un estado muy simple a pesar del gran número de partículas, y por eso es posible mantener las superposiciones lineales un tiempo suficiente como para observarlas, sin que las pérdidas de coherencia sean demasiado rápidas e impidan su detección.

<sup>13</sup>Tampoco corresponden a una mezcla estadística clásica, en la que la mitad de los sistemas individuales del colectivo descrito por el estado superposición lineal tengan corriente eléctrica en un sentido y la otra mitad en el opuesto: **todos** los sistemas individuales en dicho estado se caracterizan por no tener bien definido el sentido de circulación y sí en cambio alguna otra propiedad física. Por supuesto, si se mide la intensidad de corriente eléctrica en sistemas físicos en el estado superposición lineal, se encuentra, o bien corriente en un sentido, o bien corriente en el contrario, pero el sentido de circulación así encontrado no estaba definido antes de la medición. La descripción cuántica de estos sistemas mesoscópicos, acorde con las observaciones experimentales, sigue siendo **no realista**.

que sería aún más increíble que todas las paradojas tradicionales, nunca será observada con felinos reales; en cambio estas oscilaciones han sido ya detectadas en los experimentos con SQUIDS.

En inglés la palabra *squid* significa calamar; los angloparlantes pueden decir jocosamente que, aunque nadie ha observado nunca *gatos de Schrödinger*, se ha comprobado ya la existencia de *calamares de Schrödinger*.

La transición entre el comportamiento cuántico de las superposiciones lineales para sistemas simples, y la decoherencia rapidísima de los sistemas complejos que conduce a su comportamiento clásico, es un tema de investigación de gran actualidad<sup>14</sup>. Estos desarrollos teóricos y experimentales se han producido después de la muerte de Einstein, por lo que no podemos saber cuál hubiera sido su actitud ante ellos.

## 7 El argumento de incompletitud de la Mecánica Cuántica

Albert Einstein, Boris Podolsky y Nathan Rosen (EPR en lo sucesivo) escribieron en 1935 un artículo que llegaría a ser la referencia de Einstein más citada a partir de 1980 [2]. De acuerdo con un criterio de completitud allí definido, y en base a argumentos físicos, concluían que la Mecánica Cuántica era incompleta. En el artículo de EPR se manejaban los observables posición y momento de un sistema de dos partículas; en 1951 Bohm propuso una variante con observables de espín [13], que no tiene los problemas técnicos de la versión original (espectro continuo, estados no normalizables,...), es mucho más intuitiva, y facilita desarrollos posteriores como la obtención de las desigualdades de Bell. Para simplificar la discusión trataré sólo de esta variante debida a Bohm; espero que se me perdone la licencia de referirme a ella como *argumento de EPR*, aunque no sea la formulación original.

---

<sup>14</sup>Se trata de comprender cómo los comportamientos clásicos emergen a partir de los cuánticos, sin que haya que introducir ambos por separado ni exista una frontera perfectamente definida entre ellos. Lo más interesante es la transición; obtener modelos teóricos cuantitativos para la misma (*decoherencia*), y observarla luego experimentalmente. Por ejemplo, en experimentos de difracción de *fullerenos* por una red de difracción (fenómeno similar al de la doble rendija, pero con múltiples rendijas y con proyectiles muy complejos, cada uno de ellos una bolita con 60 ó 70 átomos de carbono), se ha observado cómo la figura de interferencia se va perdiendo progresivamente al aumentar la temperatura de los proyectiles y con ello la probabilidad de emisión de fotones, lo que permitiría distinguir *en principio* las diferentes trayectorias (aunque nadie recoja esta información). En este experimento puede pues cuantificarse la pérdida continua de coherencia del estado por acoplamiento del sistema observado con el entorno, pasando desde la suma perfectamente coherente de amplitudes a bajas temperaturas (pocos grados de libertad y acoplamiento débil con el entorno), que da lugar a una figura de interferencia muy clara, hasta la suma totalmente incoherente de intensidades a altas temperaturas (muchos grados de libertad excitados y acoplamiento fuerte con el entorno), que no produce interferencias, e incluyendo todos los casos intermedios con interferencias cada vez peor definidas [11].

Comenzaré por definir físicamente el estado singlete. Es posible preparar sistemas de dos partículas de espín  $1/2$  en un estado de espín caracterizado experimentalmente por las siguientes propiedades:

i) El espín total del sistema formado por las dos partículas es cero, y por tanto la tercera componente de espín es también cero. Este estado de espín es puro, es decir, máximamente determinado.

ii) Si se mide la componente de espín de una de las dos partículas en una dirección cualquiera, las probabilidades de encontrar un resultado positivo o negativo son iguales. Para comprobarlo hay que efectuar un número muy grande de mediciones en una serie de sistemas físicos individuales preparados en el estado singlete, de acuerdo con la definición colectiva de estado cuántico. La conclusión es que el estado de espín de cada partícula por separado está totalmente despolarizado. Nótese la rareza de este resultado desde el punto de vista clásico: el estado de espín total del singlete está máximamente determinado, pero el espín de cada una de sus dos partes por separado está totalmente indeterminado.

iii) Si en una serie de sistemas individuales en el estado singlete se miden las componentes de espín de cada una de las dos partículas en una misma dirección, cualquiera que ésta sea, se encuentran siempre resultados opuestos: cuando para la primera partícula se encuentra valor positivo, para la segunda se encuentra valor negativo y recíprocamente. Es imposible predecir cual de las dos posibilidades anteriores,  $+-$ ,  $-+$ , ocurrirá en cada medición individual.

iv) La anticorrelación perfecta anterior existe incluso si las mediciones tienen lugar en regiones separadas por intervalos de género espacio, para evitar influencias mutuas según el principio de localidad einsteiniana, y aunque las direcciones en las que se miden las componentes de espín de las dos partículas se elijan aleatoria e independientemente cuando ya no puede llegar ninguna señal desde la otra parte: por supuesto, la anticorrelación perfecta podrá comprobarse en este caso sólo cuando las dos direcciones elegidas al azar coincidan.

Las propiedades anteriores pueden comprobarse experimentalmente. Las comprobaciones más precisas se han hecho con pares de fotones polarizados en un estado similar al singlete, pero he preferido presentar el caso de partículas de espín  $1/2$ , que es conceptualmente más sencillo y encaja mejor con el resto de los apartados de esta charla.

La anticorrelación perfecta anterior solía explicarse dentro del formalismo de la Mecánica Cuántica suponiendo que la medida que se efectúa en primer lugar *colapsa instantáneamente* el estado del sistema total, de manera que al efectuar la segunda medición sobre la otra partícula en la misma dirección que la primera resulta necesariamente el resultado opuesto al encontrado en ésta. Esta descripción no está bien definida si las regiones del espacio-tiempo en las que se efectúan las dos mediciones están separadas por intervalos de género espacio: la instantaneidad y la caracterización de una de las medidas como **la**

**primera**, dependen de una elección arbitraria del referencial inercial. Pese a ello, este tipo de análisis, en el que la medición efectuada en una parte del sistema parece *influir* sobre el resultado que se obtiene en la otra parte, ha sido frecuente durante bastante tiempo y todavía suelen encontrarse artículos de divulgación que hablan explícitamente de la *influencia* de una medición sobre la otra, lo que violara la localidad o causalidad einsteiniana.

Einstein no podía aceptar estas *fantasmales acciones a distancia* (“spooky actions at a distance”), presuntamente implicadas por la Mecánica Cuántica. ¡Y hacía bien en rechazarlas, ya que de hecho la Mecánica Cuántica no las exige en absoluto! La anticorrelación perfecta si las dos direcciones son iguales, o las correlaciones concretas para dos direcciones cualesquiera que la teoría permite también calcular, son *correlaciones*, no *relaciones causales*, y pueden obtenerse a partir del estado cuántico del sistema total (estado singlete), sin suponer ningún tipo de influencia entre las dos partes del mismo. Para no alargar más esta exposición remito a mi artículo en colaboración con Gabriel Álvarez Galindo, “Localidad einsteiniana y Mecánica Cuántica” [4], en el que demostramos que la Mecánica Cuántica es perfectamente compatible con la localidad o causalidad einsteiniana, aunque tenga otros aspectos no locales como la *no separabilidad* de los estados *entrelazados* de sistemas compuestos.

Volvamos al singlete: una vez comprobada experimentalmente la anticorrelación perfecta anterior, al medir el observador  $A$  una componente de espín de su partícula en una dirección  $\vec{n}_1$  arbitrariamente elegida, puede predecir con certeza que **si** el observador  $B$  mide la componente de espín de su partícula en la misma dirección  $\vec{n}_1$  (en el futuro de la medición de  $A$ , en su pasado, o simultáneamente, lo cual depende de la elección de referencial inercial), encontrará, habrá encontrado, o estará encontrando el valor opuesto al hallado por  $A$ . Si efectivamente  $B$  mide la componente de espín de su partícula en esta dirección  $\vec{n}_1$ , podrá a su vez inferir el resultado obtenido por  $A$ ; ambas inferencias quedarán confirmadas cuando se reúnan posteriormente los dos observadores, en el futuro causal de ambas mediciones. Si por el contrario  $B$  mide en otra dirección  $\vec{n}_2$ , puede inferir el valor que encontraría  $A$  si midiese en dicha dirección  $\vec{n}_2$ , cosa que cuando se reúnan verán que no ha ocurrido; ninguna de las dos predicciones puede comprobarse en tal caso.

Los valores así predichos satisfacen la condición de “*Element of Physical Reality*” (*EPR* en lo sucesivo) de Einstein, Podolsky y Rosen (*EPR*):

*Si, sin perturbar de ninguna manera un sistema, puede predecirse con certeza (es decir con probabilidad igual a la unidad) el valor de una cantidad física, existe un elemento de realidad física correspondiente a esa cantidad.*

Éste es un criterio *suficiente* pero no *necesario*, ya que como se advierte en el artículo de

EPR, no agota todas las formas posibles de identificar una realidad física. En cualquier caso no es ya una idea de realismo abstracta, sino algo mucho más concreto basado en argumentos físicos, y que como veremos en la siguiente sección es susceptible de comprobación experimental. Que los autores eran físicos y no filósofos se manifiesta en la siguiente declaración:

*Los elementos de la realidad física no pueden determinarse por consideraciones filosóficas a priori, sino que deben basarse en resultados de experimentos y medidas.*

Para poder inferir que una cantidad física es un *EPR* se precisa la ausencia de cualquier perturbación. De acuerdo con el principio de localidad einsteiniana, esto puede garantizarse si el subsistema para el que se hace la predicción está separado por un intervalo de género espacio de la medición en el otro subsistema. Imponiendo esta condición de separación espacial se llega al llamado *realismo local*.

EPR introdujeron también en su artículo el concepto de *completitud de una teoría física*, en los siguientes términos:

*Cualquiera que sea el significado asignado al término completo, la siguiente exigencia parece necesaria: Cada elemento de realidad física debe tener una correspondencia en la teoría física. Llamamos a esto condición de completitud.*

En la Mecánica Cuántica no existen los *EPRs* correspondientes a componentes de espín de una de las partículas del singlete predichos a partir de mediciones efectuadas sobre el espín de la otra: según el argumento de EPR la teoría es *incompleta*. Nótese que dicen incompleta, y no incorrecta; de ahí la irritación de Einstein cuando Podolsky declaró en una conferencia que habían demostrado que la Mecánica Cuántica no era válida (volveré sobre esto más adelante).

En esta variante de Bohm del argumento de EPR, el primer observador sólo puede inferir el valor de **una** componente de espín de la segunda partícula: el correspondiente a la dirección medida en la primera. Sólo éste es un *EPR en sentido fuerte* o estricto, inferido a partir de una medición efectuada sobre la primera partícula y con una predicción concreta para su valor; el opuesto al obtenido en la primera. Pero el primer observador puede elegir, o bien libremente o bien aleatoriamente, la componente de espín que mide para su partícula, y para cada elección **podría** inferir un *EPR* distinto para la otra: parece razonable que la existencia o no de un *EPR* para la segunda partícula no dependa de una elección hecha por el primer observador en una región separada por un intervalo de género espacio, dado que nada de lo que haga en la primera región puede influir sobre la segunda. Todas las componentes de espín de la segunda partícula serían así *EPRs en sentido débil*, basados en la *posibilidad* de mediciones *alternativas* por el primer



observador, y sin predicciones concretas para sus valores, excepto para el *EPR* inferido a partir de la componente efectivamente medida por éste.

EPR eran conscientes de este aspecto de su argumento:

*... no podría llegarse a esta conclusión (la incompletitud de la Mecánica Cuántica) si se insistiera en que dos o más cantidades físicas pueden considerarse como EPRs simultáneos sólo si pueden ser simultáneamente medidos o predichos ... Pero entonces la realidad de una u otra dependería de qué medición se hace sobre el primer subsistema, que no puede influir sobre el segundo subsistema de ninguna forma. Ninguna definición razonable de realidad puede permitir esto.*

Pese a esta justificación explícita, el carácter *contrafactual* de los *EPRs* débiles así deducidos choca con la declaración de los autores de no basarse en consideraciones filosóficas a priori sino en resultados experimentales, ya que estos no pueden obtenerse conjuntamente. Con su juicio de valor *... ninguna definición **razonable** de realidad ...*, EPR estaban haciendo una elección filosófica a favor del realismo, frente al positivismo; justo lo que trataban de evitar. En efecto: para un positivista *los experimentos no realizados no tienen resultados*; negar el carácter de *resultados* al conjunto de los que se obtendrían alternativamente en experimentos incompatibles entre sí, impediría la inferencia de *EPRs* débiles, de acuerdo con el criterio de los propios EPR; *los elementos de realidad ... deben basarse en **resultados** de experimentos ...*. La justificación de EPR satisface pues a los que ya han optado por el realismo, no a los positivistas,

Este aspecto fue considerado siempre la objeción más grave al argumento de EPR, pero durante mucho tiempo pareció inevitable. Sin embargo, estudiando estados entrelazados de tres partículas en vez de sólo dos como el singlete, demostramos en 1997 [14] que es posible deducir la existencia de *EPRs fuertes conjuntos*, con valores **concretos** inferidos a partir de los resultados obtenidos en mediciones efectuadas en tres partes espacialmente separadas de **un mismo sistema individual**, sin necesidad de argumentos contrafactuales. Dado que la Mecánica Cuántica no contiene estos *EPRs*, ello da lugar a una nueva versión del argumento de incompletitud de la Mecánica Cuántica que está libre de las objeciones al argumento original de EPR.

Pero en estos mismos sistemas de tres partículas es posible otras veces inferir tres *EPRs* fuertes conjuntos que según la Mecánica Cuántica no pueden darse a la vez en ningún estado cuántico [14]: Elementos de Realidad y Mecánica Cuántica son pues *incompatibles*. Esta incompatibilidad había sido ya demostrada estadísticamente en el *teorema de Bell*, del que hablaré en la siguiente sección, y también en los estados de GHZ (Greenberger, Horne and Zeilinger) para tres partículas, aunque utilizando conjuntos de propiedades que no pueden medirse todas a la vez.

Nuestro trabajo utiliza razonamientos similares a los de EPR pero sin necesidad de *contrafactualidad*, y contiene a la vez el primer *argumento de incompletitud* y la primera *demostración de incompatibilidad* basados en *EPRs fuertes conjuntos*, inferidos a partir de mediciones efectuadas en un mismo sistema individual.

EPR dieron una condición suficiente para la existencia de *Elementos de Realidad Física (EPRs)* y una condición necesaria para la *Completitud* de una Teoría Física. Las objeciones al argumento original son subsanables, y la conclusión es que aceptar la existencia de *EPRs* (incluso en su versión menos conflictiva, *EPRs fuertes conjuntos*) implicaría que la Mecánica Cuántica es incompleta. Einstein creía en la posibilidad de completarla, aunque no propuso ninguna forma concreta para hacerlo. Análisis posteriores han mostrado que la existencia de Elementos de Realidad es de hecho **incompatible** con la Mecánica Cuántica, con lo que se trataría de teorías alternativas. La Mecánica Cuántica no puede ser la teoría estadística para colectivos de sistemas de otra teoría más detallada para sistemas individuales que contenga *EPRs*.

## 8 El teorema de Bell-EPR

Durante muchos años fue una cuestión de preferencias filosóficas el, o bien aceptar la existencia de *Elementos de Realidad Física (EPRs)* o alguna de las múltiples variedades de variables ocultas (locales, no contextuales, deterministas, no deterministas, etc.), o bien la alternativa de quedarse con la descripción cuántica, que no contiene estos elementos y es por tanto más económica. Dado que sobre cada una de las dos partículas de un singlete sólo puede medirse una componente de espín, no parecía haber modo de contrastar experimentalmente ambas hipótesis.

Pero en 1964 J. S. Bell se dió cuenta de que suponer la existencia de variables ocultas o *EPRs* tiene implicaciones cuando se consideran las *correlaciones* entre los resultados para varias componentes de espín de dos partículas en el estado singlete. Estas correlaciones se obtienen a partir de un gran número de mediciones en distintos sistemas individuales en dicho estado, en cada uno de los cuales se mide sólo una componente de espín de cada partícula, lo cual es factible experimentalmente. Bajo dichas hipótesis, las correlaciones deben satisfacer ciertas desigualdades, llamadas con el nombre genérico de *desigualdades de Bell*.

La Mecánica Cuántica no contiene *EPRs* o variables ocultas, y viola a veces dichas desigualdades. La contradicción es de tipo estadístico: para cada medición individual no existe incompatibilidad entre ambas teorías, pero al considerar un gran número de mediciones convenientemente elegidas sí la hay.

Esta incompatibilidad se conoce con el nombre de *teorema de Bell-EPR* (Bell es también autor del llamado *teorema de Bell-Kochen-Specker*, en el que se establece la incompatibilidad de la Mecánica Cuántica con las teorías de variables ocultas *no contextuales*), y según Stapp es el resultado más profundo de toda la Ciencia. Seguramente es exagerado anteponerlo a la gravitación de Newton, el electromagnetismo de Maxwell o la relatividad de Einstein, pero en descargo de su entusiasmo hay que notar que Stapp dice profundo, no importante, o con mayor número de aplicaciones; ¡a cambio dice de toda la Ciencia, sin restringirse siquiera a la Física! En todo caso, es sorprendente que una elección aparentemente filosófica (realismo vs. positivismo) pueda someterse a comprobación experimental.

Posteriormente se han encontrado otros tipos de incompatibilidades: teorema de Hardy, estados entrelazados de GHZ para tres partículas [15], variantes del teorema de Bell-Kochen-Specker susceptibles de realización experimental [16], [17], etc. El conflicto, que para simplificar calificaré como *Realismo Local vs. Mecánica Cuántica*, es pues incontrovertible, y la incompatibilidad de los dos tipos de teorías es aceptada por (casi todos) los partidarios de ambas. ¡Aquí terminan las ilusiones de Einstein de completar la Mecánica Cuántica con Elementos de Realidad!

Un punto mucho más peliagudo es el contraste con los experimentos, para ver cual de las dos teorías debe ser descartada (¡jo las dos!; ciertos resultados excluirían ambas). Desde los experimentos de Aspect [18], los datos a favor de la Mecánica Cuántica y en contra de las Teorías Realistas Locales ha ido acumulándose, y la mayoría de quienes se preocupan por estos temas consideran el caso zanjado, pero los partidarios del realismo dicen que ningún experimento efectuado hasta ahora es decisivo, pues a todos puede hacerseles alguna objeción: baja eficiencia de los detectores (lo que obliga a hipótesis adicionales no fundamentales como las de *muestreo fiel o no aumento*), posibilidad de comunicación clásica (sublumínica) entre las distintas partes del experimento, etc. Existen experimentos que cierran unas u otras de estas escapatorias, pero hasta donde yo sé no hay todavía ninguno que las cierre todas al vez<sup>15</sup>.

El teorema de Bell establece la incompatibilidad de la Mecánica Cuántica con el *realismo local*. La conclusión que debería sacarse de esto es que la Mecánica Cuántica es *no*

---

<sup>15</sup>Es de justicia reconocer estas objeciones, y el papel beneficioso para la Física que han jugado quienes las hacen, impidiendo que la cuestión se cierre en falso como ocurrió con la anterior prueba de imposibilidad de variables ocultas de von Neuman. Pero los experimentos no solo indican la violación de las predicciones realistas, sino precisamente una violación con los valores y dependencia en las direcciones que predice la Mecánica Cuántica. De hecho, violaciones demasiado grandes de las desigualdades de Bell, pero permitidas por la causalidad einsteiniana, excluirían también la Mecánica Cuántica: no hay ningún indicio experimental de esto. Sería sorprendente que la concordancia de los experimentos con la Mecánica Cuántica fuera solo aparente, debida a una conspiración de la Naturaleza para engañarnos: como el propio Einstein decía, *El Señor es sutil, pero no malicioso*.

*realista*, tal como he comentado ya previamente al hablar de las superposiciones lineales de estados de espín, pero muchos prefieren en cambio describir esta incompatibilidad diciendo que la Mecánica Cuántica es *no local*. El problema es que esta denominación sugiere que la Mecánica Cuántica puede utilizarse para violar la localidad o causalidad einsteini-ana, lo que es rigurosamente falso [4], y da pié a que algunos sigan manteniendo hoy la posibilidad de acciones a distancia a través el colapso cuántico. Esto tiende a perpetuar la idea del colapso como un verdadero proceso físico (en vez de como simple actualización de la información disponible sobre el sistema), es totalmente innecesario, y sobre todo sería físicamente catastrófico, permitiendo toda suerte de paradojas causales. Quienes explican o divulgan la Mecánica Cuántica en la actualidad deberían hacer un esfuerzo para no perpetuar estos errores, disculpables a mitad del siglo pasado pero imperdonables hoy.

El teorema de Bell y otros análisis teóricos posteriores han demostrado que la existencia de *EPRs* es incompatible con la Mecánica Cuántica<sup>16</sup>. Los numerosos experimentos realizados hasta ahora confirman las predicciones cuánticas y violan las predicciones de las teorías realistas locales. Algunos autores han tratado de imaginar cuál hubiera sido la actitud de Einstein si se hubiese visto forzado a elegir entre *localidad* y *realismo*, pero se trata de especulaciones más o menos razonadas, en las que no voy a entrar.

## 9 Apéndice: desigualdades de Bell

Existen muchas desigualdades de Bell, muchas formas de obtenerlas y muchos análisis sobre sus implicaciones en relación con el realismo, como test para caracterizar estados entrelazados, etc.<sup>17</sup> Deducciones sencillas pueden verse en [19], [20], [9]. Diversas deducciones en términos de variables ocultas, discutiendo todas las hipótesis utilizadas, pueden verse en [21]. Peres tiene un artículo analizando todas las desigualdades de Bell [22], y otro discutiendo el poder de convicción en sentido Bayesiano de las distintas pruebas de incompatibilidad [23].

La desigualdad original de Bell es

$$|\langle \sigma_a^{(1)} \otimes \sigma_b^{(2)} \rangle - \langle \sigma_a^{(1)} \otimes \sigma_c^{(2)} \rangle| \leq 1 + \langle \sigma_b^{(1)} \otimes \sigma_c^{(2)} \rangle.$$

---

<sup>16</sup>Pese al enfado de Einstein, al final ha resultado que Podolsky no iba tan desencaminado. Si los *EPRs* existiesen, la Mecánica Cuántica sería **incorrecta**, no simplemente incompleta. Recíprocamente, si los experimentos acaban confirmando inequívocamente las predicciones cuánticas, los *EPRs*, y en general el realismo local, quedarán experimentalmente rechazados, no importa lo razonables que parezcan.

<sup>17</sup>Como estimación bibliométrica rápida del interés del tema, si se introducen las palabras *Bell inequalities* en el buscador Yahoo aparecen 104000 resultados y en Google 140000. En google.scholar aparecen sólo 11400 resultados, que precisando a *Bell inequalities + EPR* se reducen a 1260. La frase *spooky action at a distance* genera 157000 resultados en Yahoo, 62000 en Google y 380 en google.scholar.

La predicción cuántica concreta es  $\langle \sigma_{\vec{a}}^{(1)} \otimes \sigma_{\vec{b}}^{(2)} \rangle = -\vec{a} \cdot \vec{b}$ . La desigualdad anterior se viola por ejemplo para  $\vec{a} \cdot \vec{c} = 0, \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = 1/\sqrt{2}$ .

Una desigualdad más conveniente para las comprobaciones experimentales es la llamada desigualdad de CHSH (Clauser, Horne, Shimony, Holt) [21], que tiene la expresión,

$$|\langle \sigma_{\vec{a}}^{(1)} \otimes \sigma_{\vec{c}}^{(2)} \rangle + \langle \sigma_{\vec{a}}^{(1)} \otimes \sigma_{\vec{d}}^{(2)} \rangle + \langle \sigma_{\vec{b}}^{(1)} \otimes \sigma_{\vec{c}}^{(2)} \rangle - \langle \sigma_{\vec{b}}^{(1)} \otimes \sigma_{\vec{d}}^{(2)} \rangle| \leq 2.$$

La mayor parte de las discusiones recientes se basan en esta desigualdad.

## Referencias

- [1] R. Eisberg and R. Resnick, *Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei and particles*, John Wiley and Sons, New York (1974).
- [2] A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen, *Phys. Rev.* **47**, 777 (1935).
- [3] J. S. Bell, *Physics* **1**, 195 (1964).
- [4] G. García Alcaine y G. Álvarez Galindo, *Revista Española de Física* **19** (1), 43 (2005).
- [5] G. García Alcaine, *Revista Española de Física* **14** (1), 17 (2000).
- [6] M. Jammer, *The Philosophy of Quantum Mechanics*, John Wiley and Sons, New York (1974).
- [7] A. J. Leggett, *J. Phys.: Condens. Matter* **14**, R415 (2002).
- [8] A. Peres, *Am. J. Phys.* **46**, 745 (1978).
- [9] N. D. Mermin, *Physics Today* **April**, 38 (1985).
- [10] W. H. Zurek, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 715 (2003).
- [11] L. Hackermüller, K. Hornberger, B. Brezger, A. Zeilinger and M. Arndt, *Nature* **427**, 711 (2004).
- [12] J. R. Friedman, V. Patel, W., Chen. S.K. Tolpygo and J.E. Lukens, *Nature* **406**, 43 (2000).
- [13] D. Bohm, *Quantum Theory*, Prentice Hall (1951), Reedición por Dover (1989).
- [14] A. Cabello and G. García Alcaine, *J. Phys. A* **30**, 725 (1997).
- [15] A. Cabello, *Phys. Rev. A* **65**, 032108 (2002).
- [16] A. Cabello and G. García Alcaine, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1797 (1998).
- [17] C. Simon, M. Zukowsky, H. Weinfurter and A. Zeilinger, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1783 (2000).
- [18] A. Aspect, G. Grangier and G. Roger, *Phys. Rev. Lett.* **47**, 460 (1981).

- [19] B. d'Espagnat, *Scientific American* **241**, 5, 128 (1979).
- [20] N. D. Mermin, *Am. J. Phys.* **49**, 940 (1981).
- [21] A. G. Valdenebro, *Eur. J. Phys.* **23**, 569 (2002).
- [22] A. Peres, *Foundations of Physics* **29**, 598 (1999).
- [23] A. Peres, *Fortschritte der Physik* **48**, 531 (2000).