

DISCURSO DE CONTESTACIÓN

POR EL

Ilmo. Sr. D. JUAN SANCHO DE SAN ROMÁN

Excmo. Sr. Presidente,
Excmos. e Ilmos. Señores,
Señoras y Señores:

Es para mí una satisfacción y un honor, el dar la bienvenida a esta Academia de Ciencias, al Prof. Viviente Mateu. Satisfacción, porque le considero como uno de mis amigos más estimados. Honor, porque se trata de un profesional de la Ciencia, que honra a su profesión y a la Universidad donde la desarrolla. Pues por encima de las modas coyunturales, una Universidad es lo que son sus profesores. Y punto, como se dice ahora.

El Prof. Viviente es un caso de vocación, excepcional. Comienza la Licenciatura de Ciencias Exactas en la Universidad de Barcelona, trabajando al mismo tiempo como funcionario de Telégrafos. Continúa la Licenciatura en la Universidad de Zaragoza, cuyos estudios simultanea con su actividad docente en un Colegio de Bachillerato.

Al terminar la Licenciatura en 1953, su deseo de hacer el Doctorado le lleva a Madrid, en cuya Universidad estudia a nivel de postgraduado durante los cursos 1953-1958. Al propio tiempo, debe volver a trabajar en Telégrafos, y da clases en un centro privado, hasta que es nombrado profesor adjunto de la Universidad. Y aún tiene tiempo en ese periodo, para casarse.

En Octubre de 1958 marcha a París con una beca de investigación, de las de "entonces". En este punto, es donde más hay que descubrirse ante la vocación del Prof. Viviente. Y ante el espíritu de su esposa, que ya tenía tres hijos. Cherchez la femme.

También tenemos que dar, una cordial bienvenida, a esta admirable académica consorte.

Como Dios aprieta pero no ahoga, para el curso 1959-60 es nombrado profesor adjunto de Matemáticas de la Universidad de Paris-VI, cargo que desempeña hasta el curso 1964-65 inclusive.

En 1960 lee su Tesis Doctoral en la Universidad de Madrid, y en 1965 es nombrado en virtud de oposición, Catedrático numerario de Geometría Diferencial de esta Universidad de Zaragoza, plaza a la que sirve desde entonces.

Esta breve biografía, dice algo de la vocación y de la voluntad del Prof. Viviente, pero poco de la enorme cantidad de trabajo que hay en los días de esa trayectoria.

Su trabajo de investigador empieza en 1953 con el Prof. Abellanas en Madrid, continúa con el Prof. Cartan en París, y no ha parado ya. En el campo de la Geometría Algebraica, realizó el estudio algebraico riguroso del invariante de Zeuthen-Segre de una superficie algebraica, utilizando las teorías de Zariski. En el terreno de la Topología Algebraica, ha investigado e investiga sobre las técnicas homológicas y cohomológicas de la misma, ampliando los medios operativos con la teoría de topos y el álgebra universal.

Lo anterior ha dado lugar a una veintena de publicaciones en revistas españolas y extranjeras, y a múltiples comunicaciones en Congresos matemáticos.

Pero su trabajo de investigación mayor y más importante, en Topología Algebraica y en Geometría Diferencial, pienso que no es el que se ha manifestado al exterior con su nombre. Es el que ha dedicado a sus discípulos, dándoles ideas y tiempo sin límites, a lo largo de veinte años. Frutos de esta dedicación son varias tesinas de Licenciatura, nueve tesis doctorales, y la satisfa-

ción de ver a muchos de sus doctorandos como profesores numerosos de Universidad.

Para que esa dedicación fuese fructífera, el Prof. Viviente ha procurado siempre estar en órbita, en los temas pertinentes, con un entusiasmo y una falta de pereza que para mí son admirables, y añadiría envidiables, pues parecen propios de un joven doctorando que empieza, y no de un matemático veterano que ha alcanzado un alto grado de madurez.

No hablemos de los cursillos y seminarios a que ha asistido antes de ser catedrático. Después de serlo, va todos los años a algún seminario ó Symposium en el extranjero, bien los Bourbaki de París, los de verano en Italia, en Dinamarca, en Inglaterra, y un largo etcétera. Todos sobre temas especiales, y en muchos de ellos da conferencias como profesor invitado.

La lista detallada, que se incluye más adelante en su Curriculum vitae, dice posiblemente más que cualquier comentario.

Digamos algo ahora, de su labor docente, dejando aparte la que podríamos llamar standard, como profesor ayudante y adjunto primero, y como catedrático después. También en esta labor, su interés permanente por mejorar y actualizar las enseñanzas, son propios de la ilusión y vitalidad de la mejor juventud de espíritu.

En su curriculum pueden verse los títulos de los diversos cursos extraordinarios que ha explicado y de las publicaciones monográficas a que han dado lugar. Un buen ejemplo final, es precisamente su discurso de ingreso en esta Academia. Pienso que inicialmente, el Prof. Viviente proyectaría escribir un opúsculo sobre el estado actual de la teoría de foliaciones, de 25 a 30 páginas, y ha terminado escribiendo una monografía completísima, de 130 folios.

Antes de comentar este discurso, cumplimos con gusto el precepto de presentar un Curriculum detallado del Prof. Viviente.

La lectura completa del curriculum, rebasaría un tiempo prudencial, lo que indica la enorme actividad desarrollada. Así pues, leeré un extracto, incluyendo la lista, antes mencionada, de los coloquios, cursos y seminarios en que ha participado, para mí la mejor muestra de una vocación tan entusiasta como la suya.

1. TITULOS Y BECAS.

Licenciado en Matemáticas por la Universidad de Zaragoza.

Doctor en Ciencias Matemáticas por la Universidad de Madrid.

Becario del Consejo Superior de Investigaciones Científicas.

Becario de la Fundación Juan March en España.

Becario del Centre Nationales de la Recherche Scientifique en Paris para realizar investigaciones en Topologia Algebraica bajo la dirección del Prof. H. Cartan.

Becario en el extranjero de la Fundación Juan March, continuando las investigaciones iniciadas bajo la dirección del Prof. Cartan.

2. SOCIEDADES A LAS QUE PERTENECE.

Sociedad Matemática Española.

Société Mathématique Belge.

Société Mathématique de France.

Mathematical Association of America.

The New York Academy of Sciences.

America Association for the Advancement of Sciences.

3. ACTIVIDAD DOCENTE.

Profesor encargado de clases prácticas de Análisis 3º de la Universidad de Zaragoza (1952-53).

Profesor Ayudante de la Universidad Complutense de Madrid (1953-57).

Profesor Adjunto de la U. Complutense de Madrid (1956-58).

Profesor Adjunto de la Universidad VI-VII de París (1959-65).

Catedrático de Geometría 5° (Diferencial) de la Universidad de Zaragoza (1965-).

Director del Departamento de Geometría y Topología de la U. de Zaragoza (1977-).

4. TESIS Y TESINAS DIRIGIDAS.

Tesinas:

E. Domínguez Murillo "Estudio topológico-diferencial de las singularidades de las curvas algebraicas" U. de Barcelona, 1971.

S. Rodríguez Machín "Complejos semi-simpliciales de grupos abelianos" U. de Zaragoza, 1980.

J.M. Ezquerro Marín "El grupo de autoequivalencias de homotopía" U. de Zaragoza, 1980.

Tesis doctorales:

E. Vidal Costa "Conexiones en las variedades casi producto y en las foliaciones" U. de Zaragoza, 1971.

J.F. Sáenz Lorenzo "El funtor Tor y la sucesión espectral de Eilenberg-Moore" U. de Zaragoza.

M.A. Salanova Martínez "La sucesión espectral en la clasificación de singularidades" U. de Zaragoza, 1973.

E. Domínguez Murillo "Sobre una interpretación geométrica de la co-homología" U. de Zaragoza, 1974.

M.T. Lozano Imizcoz "La sucesión espectral de un morfismo con puntos H-críticos" U. de Zaragoza, 1974.

I. Sols Lucía "Teoría de Topos, Álgebra Universal y las Matemáticas fuzzy" U. de Zaragoza, 1975.

G. Martín Quetglas "Sobre la Geometría de las variedades diferenciales reales con métrica degenerada" U. de Zaragoza, 1975.

L. Español González "Dimensión en Álgebra Constructiva" U. de Zaragoza, 1978.

L.J. Hernández Paricio "Un ejemplo de Homotopia en los grupos abelianos" U. de Zaragoza, 1980.

5. CURSOS MONOGRAFICOS IMPARTIDOS.

Introducción al Algebra Homológica (1965-66).

Introducción a la Topologia Algebraica (1966-67).

Teoria de espacios fibrados (1967-68).

Teoria de Haces (1968-69).

Introducción a la teoria K-cohomológica (1969-70).

Introducción a las operaciones cohomológicas (1970-71).

Nudos, engarces y grupo fundamental (1971-72).

Anillos básicos de la Geometria Algebraica (1972-73).

Estructuras multiplicativas en cohomologia (1973-74).

Grupoides diferenciales y jets holónomos (1980-81).

6. PUBLICACIONES.

Caracterización aritmético-geométrica del divisor jacobiano,
Anales de la Fundación Juan March, 1960.

Sobre las componentes conexas del espacio funcional X^X ,
Revista de la Academia de Ciencias Exactas F.Q.N. de Zaragoza.

El teorema de Zeuthen-Segre, Revista Matemática Hispano-Americana, 1961.

Sur la classification des applications d'un espace dans un autre, Comptes Rendus de l'Acad. Sci. de Paris, T.252, 1961.

Un lemme sur la realisation du produit de Whitehead, Actas Reunión Progreso de las Ciencias, Oporto, 1962.

Sur l'application de Hopf h_2 , Revista Mat. Hispano-Americana, 1963.

Sobre un problema de aplicación universal, Publicaciones Seminario García de Galdeano, Zaragoza, 1967.

Sobre las variedades de Stiefel, Actas de la IX RAME, Granada, 1968.

Sobre la aplicación de Hopf h_3 , Actas del 2º Coloquio Internacional de Geometría Diferencial, Santiago de Compostela, 1969.

Introducción a las operaciones cohomológicas, Monografía publicada por el Departamento de Geom.y Top.de la U. Zaragoza, 1971.

Introducción a la Geometría Algebraica, Publicación del Departamento de Geom.y Top. de la U. de Zaragoza, 1972.

Un ejemplo de cohomología generalizada, Actas de la X RAME, La Laguna, 1972.

Introducción a la categoría de los grupos y módulos finitos, Public. del Depto. de Geom.y Top. de la U. de Zaragoza, 1973.

Corrección a un problema de aplicación universal, Actas de la XI RAME, Murcia, 1974.

Sur la module dérivé d'un homomorphisme, Actas III Coloquio Interna. Geom. Diferencial, Lecture Notes 392, Springer, 1974.

7. CONGRESOS, COLOQUIOS, CURSOS Y SEMINARIOS.

Seminario del Prof. H. Cartan sobre Topología Algebraica en L'Ecole Normale de Paris (1958-65).

Seminario del Prof. Ehresmann sobre Topología y Geometría Diferencial en el Inst. Henri Poincaré y en el College de France de Paris (1958-65).

Seminario del Prof. Lichnerowicz sobre Variedades Diferenciales en el College de France (1963-65).

Cursillo del Prof. Eckmann sobre Homotopia y Dualidad (1960-65).

Seminario del Prof. Grothendieck sobre Geometría Algebraica en el Inst. de Hautes Etudes Scientifiques de Paris (1959-61).

Congreso Internacional de Matemáticos de 1962 en Estocolmo.

Congreso Inter. de Mat. de 1970 en Niza.

Cursos de verano del International Mathematical Summer Center de L'Aquila (Italia):

en 1966, sobre Clases Características.

en 1968 sobre Geometria Algebraica.

en 1972 sobre Algebra Conmutativa.

en 1975, sobre Operadores diferenciales sobre Variedades.

Curso del Summer Institut on Algebraic Topology en la Universidad de Aarhus (Dinamarca), donde dió varias conferencias sobre las "torres de Postnikov" (1970).

Symposium internacional de Geometria Algebraica, en la Universidad de Warwick (Gran Bretaña), donde dió dos conferencias sobre Anillos de Prüfer (verano de 1971).

Coloquios Internacionales de Geometria Diferencial, en Santiago de Compostela, el II en 1967 y el III en 1972.

Seminarios de Topologia Diferencial de la Universidad de Toulouse III (Francia), en los años 1970, 1971, 1972, 1974, 1980 y 1981, según un programa de colaboración entre la cátedra de Geometria Diferencial de la U. de Zaragoza y el homólogo equipo de investigación de la Universidad de Toulouse III.

Seminario de Topologia Diferencial en Sussex (Gran Bretaña), invitado por el Prof. Scott, dando varias conferencias sobre Clases Características y el carácter de Tod (1971).

Seminario de Topologia Diferencial en la U. de Durham (Gran Bretaña), invitado por el Prof. Wilmore, dando dos conferencias sobre Grupoides Diferenciales. (1973).

Reuniones Anuales de Matemáticos Hispano-Lusas: I Lisboa (1972), II Madrid (1973), III Sevilla (1974, V Jaca (1975), presentando comunicaciones.

Seminario del Prof. Thom sobre Singularidades, en el Inst. de Hautes Etudes Sci. de Paris (1976).

Seminarios de Bourbaki en Paris:

Asistencia completa en los años 1959-64, y parcial en los años 1965, 1966, 1967, 1968, 1970, 1971, 1973, 1976 y 1981.

Reuniones Anuales de Matemáticos Españoles: la III en Barcelona en 1962; la VI en Sevilla 1965; la VII en Valladolid 1966; la VIII Granada 1968; presentando comunicaciones.

8. OTRAS ACTIVIDADES.

Ha organizado varios Coloquios Hispano-Franceses en Zaragoza y Jaca sobre matemáticas de interés común.

Ha desarrollado diversos ciclos de conferencias de divulgación e iniciación en los campos de su especialidad, en Universidades y Colegios Universitarios.

Ha traducido al castellano la obra "Algebra" de M. Queysane (1968), publicada por Vicens Vives.

9. CARGOS Y DISTINCIONES.

Caballero de la Orden de las Palmas Académicas, de Francia, que se otorga por Decreto.

Vocal y Secretario del Departamento de Matemáticas de la Fundación Juan March (años 1975-79).

Director del Colegio Mayor Universitario "Pedro Cerbuna" de la U. de Zaragoza (años 1974-1981).

* * *

Vamos ya a comentar la gran monografía que ha sido su disertación. Lo completo de su contenido, hace que el comentario se limite a una parte del mismo. Hemos elegido aquella en que trata de los temas que han sido objeto de estudio, casi exclusivamente, por parte de los investigadores de la teoría de foliaciones en España. Prácticamente, todos son o proceden de la escuela de Geometría diferencial de Santiago de Compostela, fundada por el Profesor Vidal Abascal.

Estos temas se refieren al estudio "geométrico-diferencial" de las foliaciones, iniciado por Reinhart en 1958 con la llamada

"métrica casi-fibrada", y generalizado por Molinó diez años más tarde a los conceptos de G-estructura transversa y conexión transversa proyectable, a cuyo nombre hay que unir los de Kamber, Tondeur y Hurder, en este tema.

Grosso modo, la idea de Reinhart y Molinó consiste en enriquecer la estructura foliada con una superestructura métrica "compatible" con la foliada, en un sentido que podríamos caracterizar intuitivamente, de forma local, diciendo que "la distancia entre las hojas permanece constante". De hecho, lo que sucede es que una tal superestructura determina un "paralelismo transverso canónico" sobre el fibrado de las referencias transversas ortonormales, de manera análoga a como, para estudiar la geometría en una variedad riemanniana, se pasa al fibrado de las referencias ortonormales.

Por ello podría decirse que, el objeto de la geometría transversa es analizar la totalidad de los objetos y conceptos geométricos "localmente proyectables" a lo largo de las hojas de la foliación. Para esto, son fundamentales los conceptos que se señalan a continuación.

Sea F una foliación de codimensión q , y M su variedad base, diferenciable, paracompacta y conexa. Y designemos con X_p el módulo cuyos elementos son los campos de vectores tangentes a M , y a las hojas de F .

Una función real de $C^\infty(M, \mathbb{R})$ se dice básica si anula a todo campo X de X_p .

Un campo X de vectores tangentes sobre M se dice F -foliado si para todo campo Y de X_p , el corchete de Lie $[X, Y]$ es un campo de X_p .

Un campo vectorial F -transverso es un campo diferenciable sobre la variedad cociente U/F_U que corresponde a todo abierto simple (U, F_U) de la foliación F .

En fin, una forma básica es una r -forma diferenciable α sobre M tal que para todo campo X de X_P , la contracción $i_X \alpha$ y la $i_X d\alpha$ son nulas.

En el estudio de la geometría transversa, es habitual operar sobre el fibrado vectorial Q normal a la foliación, cociente del fibrado TM tangente a M por el subfibrado P de TM tangente a las hojas. Esto es análogo al modo de operar sobre el fibrado TM para estudiar la geometría riemanniana de la variedad M .

Así, una referencia transversa en un punto x de M es una base del espacio vectorial Q_x cociente del T_x tangente a M por el P_x tangente a la hoja, es decir, un isomorfismo lineal z de R^q en Q_x . Estas referencias componen un fibrado principal de base M y grupo estructural $GL(q, R)$, que indicamos β_T . La proyección con π_T y el espacio total con B_T . Se siguen de modo usual las nociones de campo y forma fundamental. Asimismo, se dispone del concepto de conexión infinitesimal, con sus derivados de curvatura, torsión, etc., y la noción de conexión adaptada al espacio total de un subfibrado principal del β_T , determinado por un subgrupo del grupo estructural $GL(q, R)$. El estudio de sus relaciones con la holonomía de la foliación fué el tema de los más recientes trabajos dirigidos por el Prof. Vidal Abascal.

La foliación F en M con campo P de elementos de contacto, da origen sobre B_T a la llamada "foliación relevada" F_T , cuyo campo de elementos de contacto P_T , viene dado en cada punto z de B_T por un P_{T_z} , antiimagen del P_x en la aplicación lineal tangente, de TM en TB_T . Una conexión infinitesimal sobre B_T se dice "conexión transversa", si el campo P_T es horizontal para la conexión.

Si G es un subgrupo del $GL(q, R)$, una G -estructura se obtiene cuando se considera un subfibrado η_T de β_T , con grupo estructural G ; y se dice que es una "G-estructura transversa" si el espacio tangente al espacio E_T de fibras de η_T , en cada uno de sus puntos z ,

contiene al elemento de contacto P_{T_z} tangente a la hoja de la foliación relevada F_T .

Hay dos G-estructuras transversas a destacar: i) la que tiene por G al grupo ortogonal $O(q)$; y ii) cuando G es el grupo trivial.

En el primer caso se tiene la denominada estructura riemanniana transversa, y a las foliaciones provistas de una tal estructura se las conoce como foliaciones riemannianas, las cuales han sido objeto recientemente de un profundo estudio por Molinó (1982), dando para el caso de M compacta, su clasificación completa hasta la codimensión 3, como se indica por el Prof. Viviente en su discurso.

Este tipo de foliaciones incluye a las casi-fibradas de Reinhart. En efecto, igual que sucede en una geometría riemanniana ordinaria, con la estructura riemanniana transversa se dispone de una métrica que se dice "métrica transversa a la foliación F", y que localmente, es la imagen recíproca por la aplicación canónica π de U en el cociente U sobre F_U , siendo U un abierto de la variedad riemanniana M.

Pues bien, en 1958, Reinhart introducía la noción de métrica casi-fibrada para una foliación F, como la métrica riemanniana g sobre M tal que, para todo subconjunto abierto U de M y campos vectoriales Y, Z tangentes sobre U, foliados y perpendiculares a las hojas de F, la función $g(Y, Z)$ es básica sobre U. Es decir, una métrica casi-fibrada sobre (M, F) es una métrica sobre el fibrado vectorial normal (δ transverso) a la foliación, localmente proyectable según las hojas. Se sigue entonces, que toda métrica casi-fibrada para F, define una métrica transversa asociada y que, reciprocamente, dada una foliación riemanniana con su métrica transversa, existen sobre M métricas riemannianas casi-fibradas para F cuya métrica transversa asociada sea la dada.

Como en geometría riemanniana ordinaria, en geometría transversa, es decir, sobre $B_T(M, F)$, existe una única conexión sin tor-

sión w_T adaptada a la estructura riemanniana transversa E_T , que se denomina conexión de Levi-Civita transversa de la foliación riemanniana, y que resulta ser una conexión transversa proyectable en el sentido dado por Molinó en 1968.

Respecto de esta conexión de Levi-Civita transversa, se tienen las nociones de campos transversos básico y fundamental sobre B_T , asociados, respectivamente, con todo elemento u de R^q y λ del álgebra de Lie $gl(q, R)$. Como consecuencia, se tienen los conceptos de paralelismo transverso canónico sobre (B_T, F_T) para la estructura riemanniana transversa, y de paralelismo transverso canónico sobre (E_T, F_T) que, por otra parte, se definen localmente como imagen recíproca de los correspondientes conceptos sobre las variedades riemannianas cocientes locales.

Pasemos ahora al caso en que el grupo G de la G -estructura transversa, es el unidad. A toda foliación que admita una tal estructura se dice "foliación transversalmente paralelizable". De este tipo son las foliaciones estudiadas por Conlon en 1974 para la codimensión 2, ó bien las que estudió Fedida en 1972, que denominó g -foliaciones de Lie, las cuales vienen determinadas al dar una 1-forma α básica sobre M con valores en el álgebra de Lie $\mathfrak{g}$ de un grupo de Lie G cuya dimensión es igual a la codimensión de la foliación, y que satisfaga a la ecuación: $d\alpha + \frac{1}{2}[\alpha, \alpha] = 0$. La cohomología básica de ambos tipos de foliaciones fué estudiada por Driessen en 1976.

Señalemos que, de hecho, estos dos ejemplos de foliaciones transversalmente paralelizables, son caso particular de las denominadas "foliaciones transversalmente completas", es decir, aquellas foliaciones F sobre una variedad diferenciable M , tales que para todo punto x de M y vector X_x de $T_x M$, existe un X campo vectorial foliado, completo, tomando en el punto x el valor X_x .

Molinó establece en 1976 un teorema de estructura para las foliaciones transversalmente paralelizables, que simplifica y generaliza los resultados de Conlon, sirviéndose de un método geométrico que, inspirado en los métodos de estudio de las foliaciones de Lie, generaliza también los resultados obtenidos por Fedida. En esencia, supone estudiar la que denomina foliación básica F_b asociada a la foliación F transversalmente paralelizable dada, y que viene definida por las diferenciales de las funciones básicas.

Resumiendo, Molinó establece el siguiente Teorema de estructura: Para toda foliación transversalmente completa (M, F) , las adherencias de las hojas de F son las fibras de una fibración localmente trivial ρ de M sobre la variedad básica W , cociente de M sobre F_b . Además, existe un álgebra de Lie real $\mathfrak{g}$ tal que, sobre cada fibra de ρ , F induce una $\mathfrak{g}$ -foliación de Lie.

Apoyándose en estos conceptos y resultados, más el de haz transversal central, morfismo con pliegue entre variedades de Satake, es como Molinó obtiene la clasificación de las foliaciones riemannianas de codimensiones 1, 2 y 3.

Quiero terminar como empecé. Dando la más cordial bienvenida al Prof. Viviente, y deseando que en esta Academia, y en su vida, tenga muchos días felices.

He dicho.