

**DISCURSO DE CONTESTACIÓN**

**POR LA**

**Ilma. Sra. Dña. MARÍA TERESA LOZANO IMÍZCOZ**



Excelentísimo Señor Presidente,  
Ilustrísimos señoras y señores Académicos,  
Señoras y señores:

Tengo la gran satisfacción de contestar en nombre de esta Real Academia al magnífico discurso pronunciado por Don Enrique Artal Bartolo, dando así la bienvenida a la Institución a tan insigne matemático.

Don Enrique Artal Bartolo nació en Zaragoza el viernes 1 de noviembre de 1963. Asistió durante sus primeros años al Colegio Cervantes que estaba ubicado en la calle Corona de Aragón en un edificio que dejó de usarse como colegio hace más de 11 años. Después ese edificio ha dado servicio a labores universitarias albergando provisional y sucesivamente dependencias de la antigua Escuela de Ingeniería Técnica (EUITI) y del Instituto de Biocomputación y Física de Sistemas Complejos (BIFI). Volviendo a nuestro recipiendario, recordaremos que estudió en el Colegio La Salle Gran Vía desde tercero de Enseñanza General Básica (EGB) hasta el Curso de Orientación Universitaria (COU). Es seguro que guarda muy buen recuerdo de sus enseñanzas porque sus hijos son hoy en día alumnos del mismo centro.

Estudió la Licenciatura de Matemáticas en la Universidad de Zaragoza entre 1981 y 1986. Obteniendo Premio Extraordinario Fin de Carrera. En esa época conocí a Enrique como alumno en la asignatura de Topología Diferencial de cuarto curso, llamando mi atención su excelente capacidad intelectual. Cuando al terminar la carrera mostró sus preferencias por Geometría y Topología, el profesor Montesinos sugirió enviarle a la Universidad de Ginebra bajo la tutela del Profesor Weber. Creo que fue una decisión acertada, porque allí adquirió una buena formación en muchos temas, en particular en geometría algebraica, que le ha permitido liderar después una línea de investigación que utiliza técnicas topológicas para el estudio de variedades algebraicas. Esta ha enriquecido el campo de las Matemáticas en España con resultados de calidad al más alto nivel. Su estancia en Ginebra se prolongó durante cinco años ocupando también un puesto docente de Assistant en dicha Universidad. Una beca de reincorporación nos permitió recuperarle para la

Universidad de Zaragoza en 1991. En 1993 obtiene por oposición una plaza de profesor titular en la Universidad Complutense de Madrid. Dos años más tarde gana también por oposición una plaza de profesor titular en la Universidad de Zaragoza, donde también obtuvo en 2005 la plaza de Catedrático que actualmente ocupa.

Su brillante carrera investigadora es evidentemente consecuencia de su gran valía intelectual y de su capacidad de trabajo y compromiso. Quiero destacar que no solo se ha dedicado a la labor investigadora, sino que participa activamente y con gran entusiasmo en prácticamente todos los retos académicos y profesionales que se le ofrecen. De esto somos testigos todos sus compañeros tanto en el departamento, decanato de la Facultad, comisiones de la Universidad, como en la comunidad matemática en general. Por poner un ejemplo reciente, citaré su participación activa en la Real Sociedad Matemática Española de la que ha sido tesorero durante los últimos cinco años.

Su labor investigadora se ha centrado en el estudio topológico y geométrico de objetos que provienen de la geometría algebraica y de la teoría de singularidades: Singularidades de hipersuperficie, Aplicaciones polinomiales, y Topología de curvas planas. El Dr. Artal es autor de más de 40 trabajos de investigación publicados en prestigiosas revistas, colaborando también con importantes matemáticos españoles y extranjeros. Mencionaré en especial los dos volúmenes publicados en la Serie *Memoirs of the American Mathematical Society* ([4], [5]).

Dado la amplitud de su temática, solo me atreveré a dar algunas pequeñas pinceladas de sus primeros resultados. El primer libro de la Serie *Memoirs of the American Mathematical Society* que acabo de citar fue publicado en 1994. En él se recogen algunos resultados de su tesis doctoral. Estudia la resolución encajada de singularidades superaisladas utilizando la estructura de Hodge mixta. Resulta que la topología de estas singularidades determinada por su monodromía compleja es suficientemente complicada para producir, utilizando la teoría de curvas planas proyectivas, contraejemplos a una conjetura de Yau que versa sobre equivalencia topológica de singularidades de hipersuperficies.

Esta conjetura está relacionada con el problema 3.29 de la famosa lista de problemas en topología de dimensión baja publicada en 1976 por Robion Kirby, universalmente utilizada por todos los topólogos de la época.

*Problem 3.29 Let  $f : C^3 \rightarrow C$  be a polynomial with an isolated singularity at the origin, and let  $K = f^{-1}(0) \cap \varepsilon S^5$  for small  $\varepsilon$ . Then the map  $f/|f| : S^5 - K \rightarrow S^1$  is a bundle map with fiber called  $F^4$ . To what extent does the Seifert matrix on  $F^4$  determine the topology of the singularity? That is, does it determine  $K$  up to diffeomorphism?  $F$  up to diffeomorphism? Up to isotopy?*

Kirby volvió a publicar otra lista de problemas en 1994 ([8]), guardando el mismo formato y numeración que en 1977, pero señalando el estado actualizado de los problemas y añadiendo otros nuevos. (Un trabajo de 380 páginas.) En este volumen se cita un artículo

del Dr. Artal [1] publicado en 1991, con ejemplos concretos completando la solución al problema 3.29.

También aparece citado otro artículo del Dr. Artal en el mismo volumen de Kirby como solución al problema 1.100:

*Problem 1.100 (Boileau and Rudolph) Let  $V \rightarrow C^2$  be a smooth algebraic curve passing through the origin. Consider  $L_t = V \cap S_t$  where  $S_t \rightarrow C^2$  is the sphere of radius  $t$ . Except for a finite set of values of  $t$  where the intersection is not transverse,  $L_t$  is a smooth link imbedded in  $S_t$ , and such links are called  $C$ -transverse links. Define the big genus of  $L_t$  by  $bg(L_t) = \text{mingenus}(F)$  where  $F$  is formed by gluing (along  $L_t$ ) a planar surface to a Seifert surface in  $S_t$  for  $L_t$ . (D) Given  $V$ , there are only a finite number of topological types for the pairs  $(S_t, L_t)$ . Do they determine the topological type of the pair  $(C^2, V)$ ?*

Se trata de un trabajo publicado en 1993 en L'Enseign. Math., [2], donde se demuestra que si  $V$  no es regular en el infinito, el link en el infinito no determina el par  $(C^2, V)$ .

Otro artículo de la misma época *Sur les couples de Zariski*, [3], publicado en 1994 ha sido citado en más de 30 ocasiones.

Esto es una pequeña muestra de la calidad de su investigación ya en sus primeros años. Después ha trabajado en colaboración con varios investigadores (Carmona, Cassou-Noguès, Cogolludo, Dimca, Escario, Fernández de Bobadilla, Luengo, Marco, Maugendre, Melle-Hernández, Orevkov, Tokunaga, Zhang) obteniendo resultados en las tres líneas antes citadas. A modo de conciso e incompleto resumen recordaré algunos de sus estudios en estos campos:

Dentro de la línea de singularidades de hipersuperficie, ha realizado recientemente una serie de trabajos sobre las funciones zeta motivica (topológica y de Igusa), con especial atención a la conjetura de la monodromía.

En cuanto a aplicaciones polinomiales, ha estudiado problemas relacionados con la conjetura jacobiana en dimensión dos, así como temas relacionados con la topología de estos polinomios. También se ha ocupado del estudio de invariantes de polinomios y su relación con variedades exóticas, estudio de los cocientes jacobianos y su relación con el polígono de Newton de la unión del discriminante y el lugar impropio.

En topología de curvas planas, ha estudiado problemas relacionados con pares de Zariski, polinomio de Alexander, variedades características, configuraciones de hiperplanos y grupo fundamental. Esto le ha llevado por una parte a estudiar monodromías de trenzas y por otra a trabajar en sus aplicaciones a fibraciones elípticas de superficies.

Ha impartido conferencias plenarias o invitadas en más de 20 congresos internacionales, cursos o seminarios en más de 40 ocasiones durante sus frecuentes estancias de investigación invitadas en universidades y centros de investigación españoles y extranjeros. Ha dirigido y dirige actualmente varias tesis doctorales.

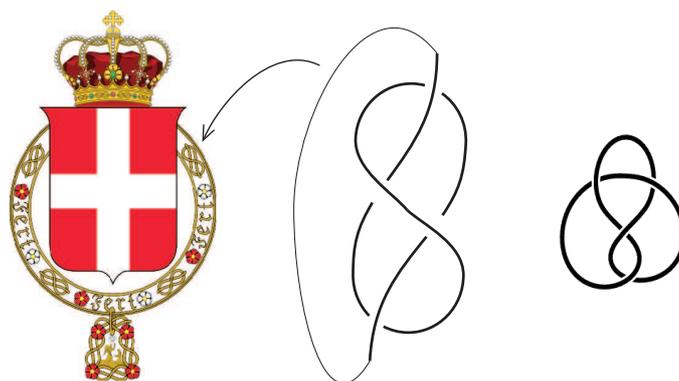


Figura 1.— El nudo lasca o nudo de Saboya

En el discurso que nos ha ofrecido ha tomado como hilo conductor la monodromía en diferentes vertientes de su temática. Quiero hacer una pequeña aportación recordando la influencia de la monodromía en la teoría de 3-variedades y concretamente en el cálculo efectivo de algunos invariantes topológicos de 3-variedades de origen geométrico como son por ejemplo, el volumen y el invariante Chern-Simon. Como ha citado el Doctor Artal, existen nudos y enlaces universales, de manera que toda 3-variedad cerrada es cubierta de la esfera  $S^3$  ramificada sobre ese nudo o enlace  $L$ . Esto significa que cada representación transitiva del grupo fundamental del enlace  $L$  es la monodromía de una cubierta de  $S^3 - L$  cuyo espacio recubridor ramificado asociado en una 3-variedad cerrada, y además toda 3-variedad cerrada se obtiene por este procedimiento. Existen muchos enlaces universales. Citaré resultados usando mis dos ejemplos preferidos, notables por su sencillez y belleza: el nudo lasca o nudo de Saboya y los anillos de Borromeo.

En la Figura 1 aparece el escudo de armas de la casa de Saboya con varios nudos lasca.

Una bella imagen de los anillos de Borromeo aparece gravada en una puerta de nogal de la iglesia de San Segismundo en Cremona que data de mitad del siglo XVI, y que contiene emblemas de la familia Sforza. Los anillos eran uno de los emblemas utilizados por la familia Sforza y fueron un regalo de Francesco Sforza a la familia Borromeo, en reconocimiento por su ayuda en la defensa de sus intereses en Milan en el siglo XV. Una reinterpretación artística de este enlace es la escultura Creación realizada por Robinson que podemos contemplar delante de la fachada del edificio B (Matemáticas) de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Zaragoza. Se trata de 3 circunferencias (topológicas) engarzadas entre sí, pero de tal manera que si quitamos una de ellas las otras dos quedan desenlazadas.

Volviendo a las matemáticas, si un enlace universal es hiperbólico, es decir si su complemento tiene una estructura hiperbólica completa, se pueden considerar las estructuras de variedades cónicas  $(S^3, L, \alpha)$ , y en particular las estructuras de orbifold geométricas en la esfera  $S^3$  con singularidad en el enlace  $L$ .

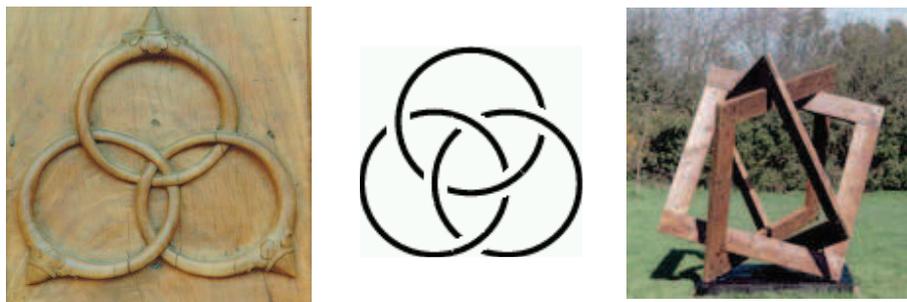


Figura 2.— Los anillos de Borromeo

Estas estructuras inducen estructuras geométricas de variedades cónicas (quizás generalizada) en cada espacio recubridor ramificado sobre  $L$ , es decir en cada 3-variedad.

Más aun, existen orbifolds universales, es decir existen estructuras de orbifolds en  $S^3$  con singularidad de tipo  $2\pi/n$  en un enlace,  $(S^3, L, 2\pi/n)$ , de manera que toda 3-variedad tiene un estructura de orbifold que es cubierta de la orbifold  $(S^3, L_n)$ . Por ejemplo la orbifold que tiene ángulos de 90 en los anillos de Borromeo  $(S^3, B_4)$  ([6]). Aquí las monodromías que intervienen son aplicaciones del grupo de los anillos de Borromeo en permutaciones que son producto de ciclos de orden 2 y 4.

En ciertas condiciones, la preimagen de la singularidad en el espacio recubridor deja de ser singular y la estructura obtenida es de variedad geométrica. Sus invariantes geométricos globales pueden calcularse fácilmente conociendo la aplicación recubridora, y los invariantes de la orbifold  $(S^3, L_n)$ . Para el volumen es suficiente conocer el número de hojas, y para calcular el invariante de Chern-Simon existe un sencillo algoritmo trabajando con la monodromía de la aplicación recubridora. Utilizando el nudo de Saboya, mis colaboradores y yo pudimos encontrar ejemplos concretos de variedades tridimensionales hiperbólicas con el mismo volumen y distinto invariante de Chern-Simon, ([7]) así como variedades no homeomorfas con igual volumen e invariante de Chern-Simon, demostrando que esta pareja de invariantes no es un conjunto completo de invariantes topológicos de 3-variedades hiperbólicas.

El recipiendario en su discurso ha introducido, como buen matemático, un concepto metafísico como aplicación del concepto matemático abstracto de monodromía: la metamonodromía. Auguro futuro a este vocablo. De hecho, en estos momentos, yo no puedo dejar de rememorar mi discurso de entrada en esta Real Academia hace algunos años y les aseguro que la monodromía entre aquel momento y este no es trivial, es altamente positiva. Espero que esto suceda a todos los señores académicos cuando se recibe a un nuevo académico numerario.

En nombre de la Real Academia tengo el placer de dar al Dr. Artal la bienvenida, felicitarle a él a y a su familia por sus éxitos profesionales y desearle siempre una metamodromía personal y profesional positiva.

La Real Academia se congratula al recibirle.

He dicho.

## Referencias

- [1] Artal Bartolo, Enrique Manuel. Forme de Seifert des singularités de surface. C.R. Acad. Sc. Paris. Vol. 313, Série I. pp. 689-692 (1991).
- [2] Artal Bartolo, Enrique Manuel. Combinatoire et type topologique des applications polynomiales de  $C^2$  dans  $C$ . L'Enseignement Mathématique. Vol 39, 2e Série. pp. 211-224 (1993).
- [3] Artal Bartolo, Enrique Manuel. Les couples de Zariski. Journal of Algebraic Geometry. Vol 3. pp. 223-247 (1994).
- [4] Artal Bartolo, Enrique Manuel. Forme de Jordan de la monodromie des singularités superisolées de surfaces. Memoirs of the American Mathematical Society, vol. 109, n. 525 (1994).
- [5] Artal Bartolo, Enrique Manuel; Cassou-Nogués, Pierrette; Luengo Velasco, Ignacio; Melle Hernández, Alejandro. Quasi-ordinary singularities and their zeta functions. Memoirs of the American Mathematical Society, vol. 178, n. 841 (2005).
- [6] Hilden, H. M. ; Lozano, M. ; Montesinos, J. M. ; Whitten, W. C. On universal groups and three-manifolds. Invent. Math. 87 (1987), no. 3, 441–456.
- [7] Hilden, Hugh M.; Lozano, María Teresa; Montesinos-Amilibia, José María. The Chern-Simons invariants of hyperbolic manifolds via covering spaces. Bull. London Math. Soc. 31 (1999), no. 3, 354–366.
- [8] Kirby, Rob Problems in low dimensional manifold theory. Algebraic and geometric topology (Proc. Sympos. Pure Math., Stanford Univ., Stanford, Calif., 1976), Part 2, pp. 273-312, Proc. Sympos. Pure Math., XXXII, Amer. Math. Soc., Providence, R.I., 1978. 57-02.