

## Variación de los elementos orbitales de los sistemas triples: HIP 7372 (GJ 60) y HIP 111805 (HO 295)

Josefina F. Ling<sup>1</sup>, Cristina Prieto<sup>2</sup> y Alberto Abad<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidad de Santiago de Compostela,

<sup>2</sup>Universidad de Vigo ,

<sup>3</sup>Grupo de Mecánica Espacial, Universidad de Zaragoza

### Resumen

Se realiza un estudio sobre el comportamiento, a largo plazo, de los parámetros que definen la órbita interior y exterior de dos sistemas estelares triples jerarquizados: HIP 7372 (GJ 60) e HIP 111805 (HO 295), estrellas para las que se dispone de reciente información de tipo físico y dinámico. Para ello se aplica un método semianalítico, denominado estroboscópico, que permite integrar directamente las ecuaciones de Lagrange. Los elementos orbitales perturbados se obtienen, hasta orden tres, mediante aproximaciones sucesivas sobre cada periodo fundamental de la variable independiente de tipo angular, que en este caso es la anomalía media de la órbita interior y se muestran gráficamente.

### 1. Introducción

La existencia de sistemas estelares triples jerarquizados donde es posible disponer de información completa tanto de tipo dinámico (elementos orbitales para la órbita interior y exterior), como físico (masas, tipos espectrales, temperaturas efectivas, etc) o astrométrico (posiciones relativas, paralajes trigonométricas, movimientos propios, etc) es muy escasa. Las estrellas triples HIP 7372 (GJ 60) e HIP 111805 (HO 295) son de las pocas que pertenecen a dicha población. Por ello, estos sistemas reales han sido elegidos para llevar a cabo un estudio sobre las variaciones, a largo plazo, que tienen lugar en los elementos que definen tanto sus órbitas interiores como exteriores.

Comenzaremos por hacer una presentación de las estrellas, indicar los datos que se han utilizado para la realización del presente trabajo y mostrar la información más reciente relativa a las mismas. A continuación haremos una breve reseña del método semianalítico, denominado estroboscópico, que hemos adoptado para la integración del problema. Y

finalmente se mostrarán, en forma gráfica, los resultados obtenidos para cada uno de los elementos perturbados.

## 2. HIP 7372 - GJ 60

El primer sistema estudiado, cuyo número de identificación en el catálogo Hipparcos (ESA 1997) es el 7372 y en el catálogo de Gliese & Jahreiss (1979) el 60, está estructurado como se describe a continuación. El par interior AB fué descubierto en 1920 por B. H. Dawson (1922) con el refractor de 43.3 cm del Observatorio de la Plata como un par cerrado, de manera que también es conocido con la identificación Daw 31 AB. La componente B es a su vez una binaria eclipsante por lo cual el par AB está recogido en el catálogo de Baizé y Petit (1989) como una estrella doble con componente variable. La órbita de AB ha sido estudiada por diversos autores desde el año 1933 empezando por el propio descubridor (Dawson 1933, Eggen 1952, Mason & Hartkopf 1999, Söderhjelm 1999). Nosotros hemos utilizado los elementos orbitales calculados por Mason & Hartkopf (1999), recogidos en la Tabla 1, pues son los que actualmente están en vigor en diferentes catálogos de órbitas de estrellas dobles como el Sixth Catalog of Orbits of Visual Binary Stars (Hartkopf & Mason 2005), el Catalogue of Orbits and Ephemerides of Visual Double Stars (Docobo et al. 2001) o en bases de datos como SIDONe (Site Informatique des étoiles Doubles de Nice, 2005). La figura 1 muestra su trayectoria aparente incluyendo el conjunto total de observaciones (las cruces, los puntos y los círculos corresponden respectivamente a las medidas visuales, speckle e interferométricas), la línea de los nodos (línea a trazos) y la orientación y sentido del movimiento (indicados en la esquina inferior derecha del gráfico)

Tabla 1.— HIP 7372: Órbita interior (DAW 31 AB)

P(años)	T	e	a	i	$\Omega$	$\omega$
4,56	1932,59	0,301	0"178	21°8	67°4	51°3

En cuanto a la componente C, que forma con el par anterior un sistema jerarquizado, está situada a una distancia angular media de 1"5. Esta estrella ya fue descubierta en el año 1881 por Burnham (1883) con el refractor de 12 pulgadas del Observatorio de Lick, de manera que el sistema triple también es conocido como BU 1000AB-C. Respecto a los elementos que definen su órbita hemos hecho uso de los calculados por J. L. Newburg en 1969 (Tabla 2, Fig 2) que son los vigentes en los catálogos citados anteriormente.

Existe además una cuarta componente D muy alejada del sistema jerarquizado, a una

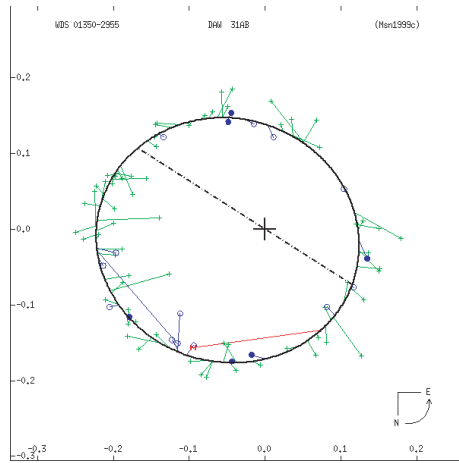


Figura 1.— Órbita aparente de DAW 31 AB

Tabla 2.— HIP 7372: Órbita Exterior (BU 1000 AB-C)

P(años)	T	e	a	i	$\Omega$	$\omega$
111,8	1960,06	0,21	1''4188	29°3	141°8	64°6

distancia angular aproximada de 140 segundos de arco, por lo que su contribución como elemento perturbador ha sido despreciada en el presente estudio.

Como información complementaria en las tablas 3 y 4 se recopilan los datos más recientes referentes a los parámetros físicos del sistema. Los tipos espectrales, magnitudes absolutas y masas corresponden a los publicadas por Tokovinin (1997) en su Multiple Star Catalog (MSC 1997-1999). Precisamente serán éstas las masas iniciales que introduciremos en nuestro algoritmo de cálculo. En cuanto a los valores sobre temperatura efectiva, metalicidad y cinemática acaban de darse a conocer en el año 2004 por el Geneva-Copenhagen

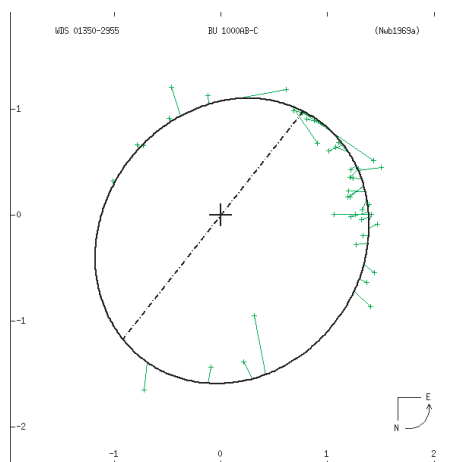


Figura 2.— Órbita aparente de BU 1000 AB-C

Survey del entorno solar (Nordström et al. 2004).

Tabla 3.— HIP 7372: Parámetros Astrofísicos

Componente	Tipo Espectral	Mag. Abs.	Masas ( $M_{\odot}$ )
A	K3 V	5,91	0,73
B	—	6,13	0,69
C	M2 V	8,53	0,37

Tabla 4.— HIP 7372: Datos del Geneva-Copenhagen Survey

Paralaje de Hipparcos:	$42,29 \pm 1,47$ (mas)
Temperatura efectiva. :	$4819,5^{\circ} K$
Metalicidad:	$Fe/H = -0,65$ Sol.
Velocidad Radial Media:	$33,5$ km/s

### 3. HIP 111805 - HO 295

Se trata de una estrella triple cuyo par AB, fue descubierto en 1887 por G. W. Hough (1890) con el telescopio refractor de 18,5 pulgadas del observatorio de Dearborn, como un par cerrado de magnitud 7 e identificado como HO 295. Su órbita ha sido estudiada por diversos autores desde 1947 (Harris III 1947, Cester 1952, Wieth-Knudsen 1956, Starikova 1981, Hartkopf et al. 1996, Söderhjelm 1999). Como en el caso de la estrella anterior se ha elegido la solución vigente en los actuales catalogos de órbitas, que es la calculada por Hartkopf et al. en 1996 (Tabla 5 Figura 3)

Tabla 5.— HIP 111805. Órbita Exterior (HO 295 AB)

P(años)	T	e	a	i	$\Omega$	$\omega$
29,889	1979,878	0,33	$0''331$	$87^{\circ}95$	$154^{\circ}0$	$83^{\circ}21$

Ahora bien el descubrimiento de la subcomponente espectroscopica-visual Ba-Bb no tuvo lugar hasta 1978 gracias a las observaciones realizadas por A. Duquennoy (1987) con el espectrómetro CORAVEL, quien a partir de las mismas obtuvo unos elementos

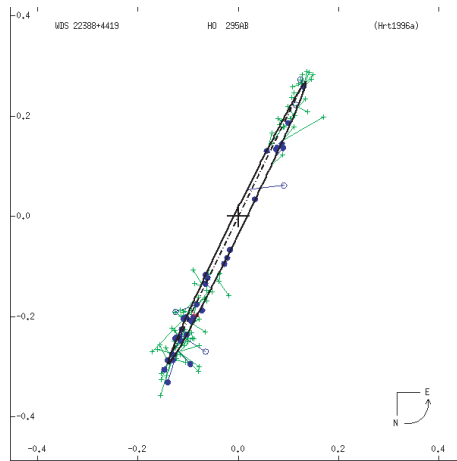


Figura 3.— Órbita aparente de HO 295 AB

preliminares de la órbita interior (Tabla 6 Figura 4). Hubo que esperar 20 años más para que fuese resuelto visualmente por Balega y sus colaboradores (2002), mediante la técnica de la interferometría speckle utilizando el telescopio de 6 m del SAO (Special Astrophysical Observatory) de Rusia, siendo hasta el momento la única medida visual de la que se dispone. Estos investigadores sugieren un modelo donde el subsistema espectroscópico corresponde a la componente más luminosa A en vez de a la más débil B.

Tabla 6.— HIP 111805: Órbita Interior (HO 295 Ba-Bb)

P(años)	T	e	a	i	$\Omega$	$\omega$
1,51	1985,101	0,05	0''036	90°0	150°0	352°0

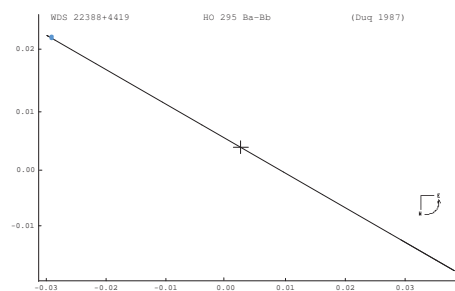


Figura 4.— Órbita aparente de HO 295 Ba-Bb

En las tablas 7 y 8 se exponen los modelos propuestos por Duquennoy y por Balega et al. respectivamente. Se ha elegido el primero de los mismos ya que está relacionado con el estudio orbital escogido y porque las masas deducidas son las que están recogidas en el MSC

Tabla 7.— HIP 111805: Parámetros Astrofísicos (Duquennoy)

Componente	Tipo Espectral	Mag. Abs.	Masas ( $M_{\odot}$ )
A	F9 V	4,15	1,17
Ba	G2 V	4,65	1,00
Bb	K2 V	6,45	0,72

Tabla 8.— HIP 111805: Parámetros Astrofísicos (Balega et al.)

Componente	Tipo Espectral	Mag. Abs.
Aa	G2 V	4,75
Ab	K1 V	6,08
B	G5 V	4,93

La confirmación de uno u otro modelo dependerá de los futuros datos que se obtengan, tanto de velocidades radiales como de observaciones speckle. En cualquier caso la contribución de la variación de los elementos orbitales puede ser también un aportación interesante para resolver la cuestión.

Finalmente en la tabla 9 se recogen los valores recientemente determinados, para este sistema, referente a la paralaje trigonométrica, temperatura efectiva, metalicidad, velocidad radial media y edad recogidos por el Geneva-Copenhagen Survey del entorno solar.

Tabla 9.— HIP 111805: Datos del Geneva-Copenhagen survey

Paralaje de Hipparcos:	$26,33 \pm 0,80$ ( <i>mas</i> )
Temperatura efectiva:	$5794,3^{\circ} K$
Metalicidad:	$Fe/H = -0,25$ <i>Sol.</i>
Velocidad Radial Media:	$-25,0$ <i>km/s</i>
Edad:	$9,3$ <i>Giga - años</i>

#### 4. Integración del problema

El método utilizado para estudiar las perturbaciones, tanto en la órbita interna como en la externa de los sistemas anteriormente citados, es el método semianalítico desarrolla-

do por Roth (1973-83) denominado método estroboscópico. Su aplicación al estudio del problema estelar de tres cuerpos fue llevado a cabo, de forma exhaustiva, por nosotros en 1991 (Ling 1991) tal y como a continuación se resume.

Efectivamente, con este método se tiene la gran ventaja de poder trabajar directamente con las ecuaciones de Lagrange en los elementos orbitales clásicos, sin necesidad de recurrir a otras variables o de realizar sucesivas transformaciones para llegar a la solución final.

La función perturbadora  $R$ , que aparece en las ecuaciones del movimiento, se puede desarrollar en serie de potencias de un pequeño parámetro constante, que en este caso se ha tomado como la relación entre los semiejes mayores de la órbita interior y exterior en un instante inicial. El desarrollo se acota en el tercer orden, por ser éste el de mayor contribución a la perturbación.

La integración del problema se realiza utilizando como variable independiente la anomalía media de la órbita interior  $\ell_1$ , que es una variable rápida de tipo angular. Para ello es necesario llegar a las ecuaciones fundamentales, que se obtendrán transformando convenientemente las ecuaciones de partida a través de las relaciones entre las diferenciales de las anomalías medias de las dos órbitas. Posteriormente, y con el fin de facilitar su tratamiento, estas ecuaciones se escriben de forma más compacta mediante desarrollos en series de Poisson.

Después aplicando el método estroboscópico sobre las ecuaciones del método para los tres primeros órdenes de perturbación, la solución para el tercer orden se obtiene mediante aproximaciones sucesivas sobre cada revolución de  $\ell_1$  utilizando los órdenes anteriores. De manera que partiendo de un instante inicial que tomaremos como la época (osculadora) de paso por el periastro, donde los valores de los parámetros son conocidos, se obtiene al final de una revolución genérica  $k$ -ésima los elementos perturbados. En el periastro de la siguiente revolución se reinician los elementos y se vuelve a repetir el proceso hasta el instante elegido.

En 1995, el caso particular donde se considera la órbita exterior kepleriana se estudió en detalle y se aplicó al sistema Chi Ursae Majoris (Ling et al. 1995). La programación del método resultó sencilla puesto que la formulación se simplifica enormemente al poder trabajar con la anomalía excéntrica  $E_1$ , que permite dar las expresiones en forma cerrada, y tener que calcular únicamente las perturbaciones de la órbita interior.

El desarrollo de las nuevas tecnologías y los avances tanto en software como hardware informático nos ha animado a abordar la programación del caso general mucho más laboriosa de realizar, especialmente con los medios disponibles hace una década. La potencia de los ordenadores personales actuales y la existencia de paquetes matemáticos como el Mathematica ha facilitado esta labor, permitiendo realizar el estudio sobre los sistemas anteriormente citados y cuyos resultados exponemos en la sección siguiente.

## 5. Resultados

Los resultados se muestran de forma gráfica para cada uno de los parámetros que definen las órbitas interior y exterior del sistema. Se ha realizado el estudio, a largo plazo, obteniendo para cada elemento el valor en 1000 instantes, que corresponden a las épocas de paso por el periastro de la órbita interior. Sin embargo por razones de claridad visual solo mostramos el comportamiento para las 100 primeras vueltas.

Así para el sistema HIP 7372 - GJ 60 el periastro inicial corresponde a la época 1932.59, de manera que se han utilizado como elementos orbitales y masas iniciales los expuestos en la tablas 1, 2 y 3. La vuelta 100 recae en el instante 2388.59.

En la órbita interior (figs 5) se observan variaciones periódicas muy pequeñas en la excentricidad  $e_1$ , y en el semieje  $a_1$  mientras que aparecen variaciones seculares en la inclinación  $i_1$  y el ángulo del nodo  $\Omega_1$ , en cuanto al argumento del periaastro  $\omega_1$  se aprecia una variación secular muy lenta que lleva asociada otra de corto periodo.

Por lo que se refiere a los elementos de la órbita exterior (figs 6) evidentemente las variaciones son mucho mas lentas y solamente el semieje  $a_2$  presenta una oscilación de tipo periodico.

En el sistema HIP 111805 - HO 295 el periaastro inicial corresponde a la época 1985.10 y se han utilizado como datos iniciales los especificados en las tablas 5, 6 y 7 de acuerdo con las razones aducidas en la sección 3. El último periaastro representado, correspondiente a la vuelta número 100, es el de 2136.10. En este caso las variaciones de los elementos en ambas órbitas son mucho menores que en el sistema anterior debido posiblemente a que el valor del pequeño parámetro es mayor en el primer sistema que en este.

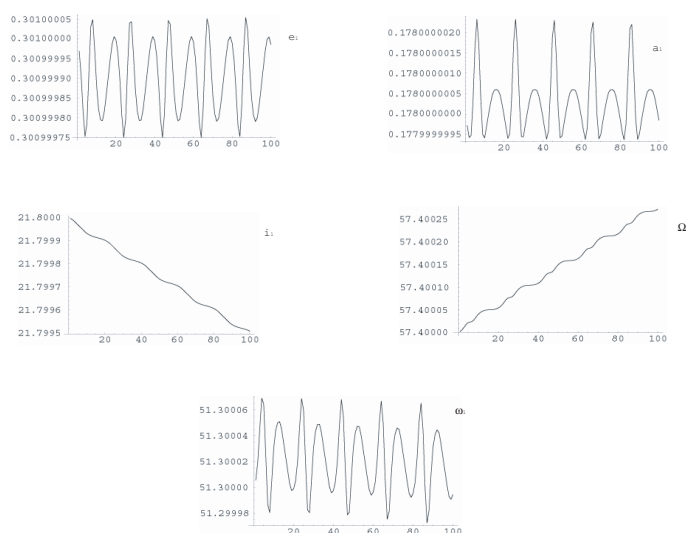


Figura 5.— HIP 7372: Variación de los elementos de la órbita interior DAW 31 AB

Los parámetros de la órbita interior (figs 7) se comportan de una forma parecida a lo que ocurría en el sistema HIP 7372, únicamente se observa una tendencia contraria en la



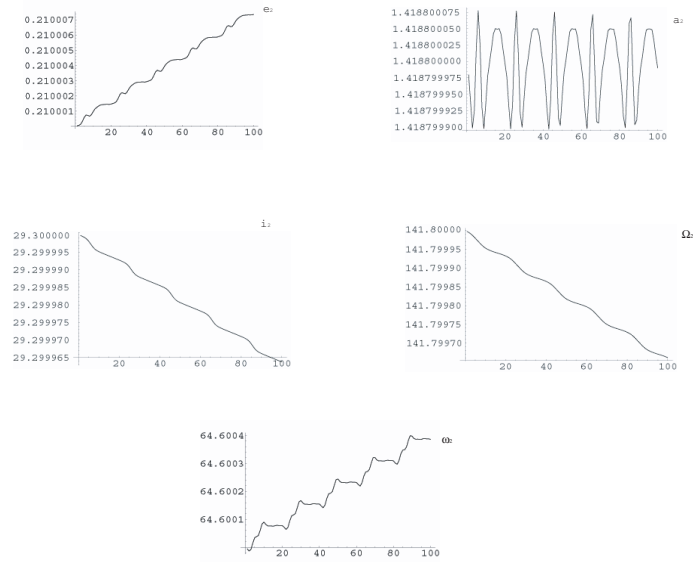


Figura 6.— HIP 7372: Variación de los elementos de la órbita exterior BU 1000 AB-C

monotonía de  $i_1$ ,  $\Omega_1$  y  $\omega_1$

Para el caso de la órbita exterior (figs 8) la monotonía cambia en los elementos  $e_2$ ,  $\Omega_2$  y  $\omega_2$  respecto a lo que sucedía en la órbita exterior de HIP 7372

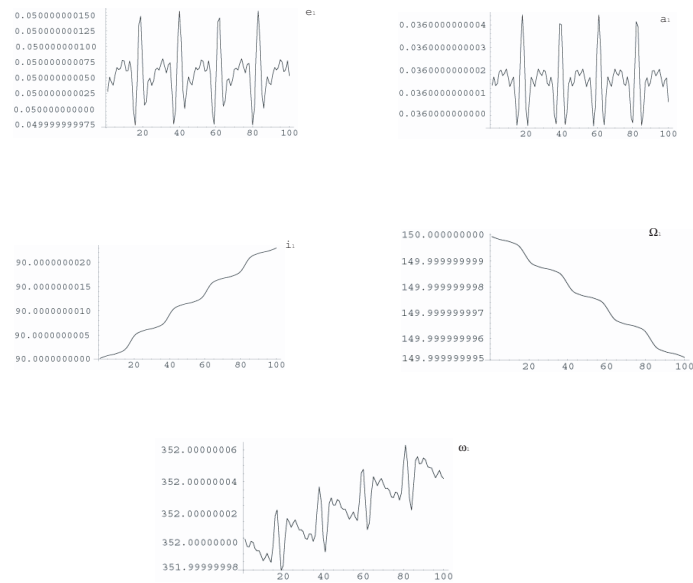


Figura 7.— HIP 111805: Variación de los elementos de la órbita interior HO 295 Ba-Bb

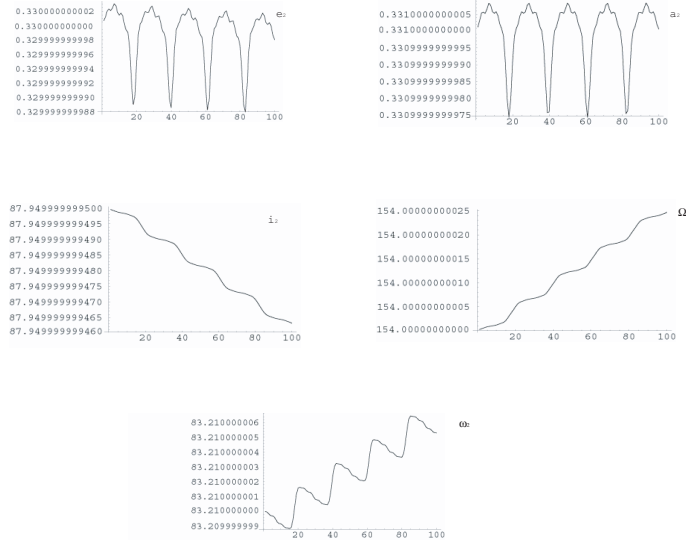


Figura 8.— HIP 111805: Variación de los elementos de la órbita exterior HO 295 AB.

## 6. Futuros proyectos

Con el fin de simplificar aun más la programación del método, el siguiente paso será evitar tener que utilizar los desarrollos en serie de la excentricidad, que nos conducían a las expresiones explícitas en términos de la anomalía media necesarias para realizar la integración. La cuestión estará en trabajar directamente con relaciones del tipo  $a^3/r^3$ , calculando sus integrales respecto a la anomalía media, a través de cambios de variables a la anomalía verdadera o a la excéntrica, según sea el caso, y obtener así expresiones cerradas.

Seguidamente, y como aplicación natural de lo anterior, se realizarán estudios para comparar y comprobar el nivel de concordancia entre las efemérides calculadas, que determinan las posiciones relativas de las componentes del sistema, a partir de los parámetros perturbados obtenidos y las observaciones que nos proporcionen las modernas técnicas de alta resolución, tanto astrométricas como espectroscópicas, disponibles en la actualidad.

## Referencias

- [1] Baize, P. & Petit, M. 1989 *A&AS*, 77, 497
- [2] Balega I. I. et al. 2002 *A&A*, 385, 87
- [3] Burnham, S. W. 1883 *MemRAS* 47, 167
- [4] Cester, B. 1962 *MmSAI*, 33, 177
- [5] Dawson, B. H. 1922, *Publ. La Plata Obs.*, 4(II)
- [6] Dawson, B. H. 1933, *AJ*, 43, 15
- [7] Docobo, J. A., Ling, J. F., Prieto, C., et al. 2001, *AcA*, 51, 353

- [8] Duquennoy, A. 1987 A&A, 178, 114
- [9] Eggen, O. J. 1952, PASP, 64, 230
- [10] ESA 1997, The Hipparcos and Tycho Catalogues. ESA Pub. Div. ESTEC,
- [11] Gliese, W. & Jahreiss, H. 1979 A&AS, 38, 423
- [12] Harris III, D. L. 1947, AJ 52, 151
- [13] Hartkopf, W.I. et al. 1996 AJ 111, 370
- [14] Hartkopf, W.I. & Mason B. D. 2005, <http://ad.usno.navy.mil/wds/orb6.html>
- [15] Hough, G. W.: 1890, AN, 125, 1
- [16] Ling, J. F. 1991, ASS 185, 51
- [17] Ling, J. F., Docobo, J. A. & Abad, A. 1995, AJ 110, 875
- [18] Mason, B. D., & Hartkopf, W. I. 1999, IAUDS, Inf. Circ. 138
- [19] Newburg, J. L. Republic Obs. Circ. 7, 190, 1969
- [20] Nordström, B. et al. 2004, A&A, 418, 989
- [21] Roth, E. A. 1973, CeMec, 8, 245
- [22] Roth, E. A. 1979, J. Appl. Math. Phys., 30, 315
- [23] Roth, E. A. 1982, CeMec, 28, 155
- [24] Roth, E. A. 1983, Modeling and Simulation in Engineering, Ed. W. F. Annes et al., 267
- [25] SIDONIE: 2005 <http://sidonie.obs-nice.fr/scripts/SidonieWelcome.asp>
- [26] Starikova, G. A. 1981, SvAL, 7, 130
- [27] Söderhjelm, S. 1999, A&A, 341, 121
- [28] Tokovinin, A. A 1997, A&AS, 124, 75 updated (1999)
- [29] Wieth-Knudsen, N. 1956, Lunds Univ. Ars. N.F., A 2, 52, 12