

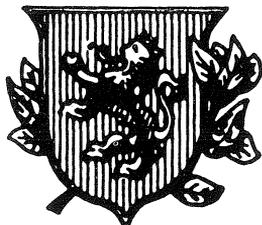
MONOGRAFÍAS  
DE LA  
**ACADEMIA  
DE  
CIENCIAS**

Exactas  
Físicas  
Químicas y  
Naturales  
DE  
ZARAGOZA

**ARAGÓN Y LA ESCULTURA “CREACIÓN”**

por

José L. Viviente Mateu



N.º 18

Depósito legal: Z. 1.527 – 2001

*Imprime:*

Sdad. Coop. de Artes Gráficas  
LIBRERÍA GENERAL  
Pedro Cerbuna, 23  
50009 Zaragoza

## Aragón y la escultura "Creación".

por

José L. Viviente Mateu

**Resumen:** Se presenta una reseña "biográfica" de la escultura "Creación" del escultor John Robinson, una materialización del "enlace matemático alternado de tres anillos dos a dos no enlazados", además de dar las razones que hacen de ella un símbolo de la Universidad de Zaragoza. Apoyándonos en la obra del distinguido aragonés Pedro Alfonso, demostramos que una figura geométrica por él introducida es la más antigua referencia de la escultura "Creación". La demostración se basa: 1º en la actividad del Papa Luna y del emperador de Alemania Segismundo (con la introducción por éste último de tal símbolo en el escudo de la ciudad de Cremona -Italia-, de donde pasó al escudo heráldico de la familia Borromeo y de otras varias familias nobles) y 2º en que el "enlace alternado de tres anillos dos a dos no enlazados" se obtiene al dualizar, en cierto sentido, la construcción precabálica introducida por Pedro Alfonso.

### Introducción

Felizmente, el día 16 de noviembre de 2000 tuvo lugar la inauguración de la instalación definitiva de la escultura "Creación" en el campus de San Francisco de la Universidad de Zaragoza. Su nueva instalación\*<sup>1</sup> se efectuó en uno de los actos con que se celebró el "Año Internacional de las Matemáticas". La escultura, realizada por el escultor australiano John Robinson, fue regalada por éste el mes de junio de 1991 a la Facultad de Ciencias de Zaragoza, con motivo de la realización de una exposición de su serie "Symbolic Sculptures" en el edificio Paraninfo de la Universidad de Zaragoza.

La nota que por la instalación de la escultura "Creación" publicamos en el volumen extraordinario que la Academia de Ciencias E. F. Q. y N. de Zaragoza dedica al Año Internacional de las Matemáticas, nos ha conducido a redactar este artículo con el que pretendemos responder a las tres siguientes cuestiones: ¿Cómo llegó la escultura a la Universidad de Zaragoza? ¿Qué relación tiene la

---

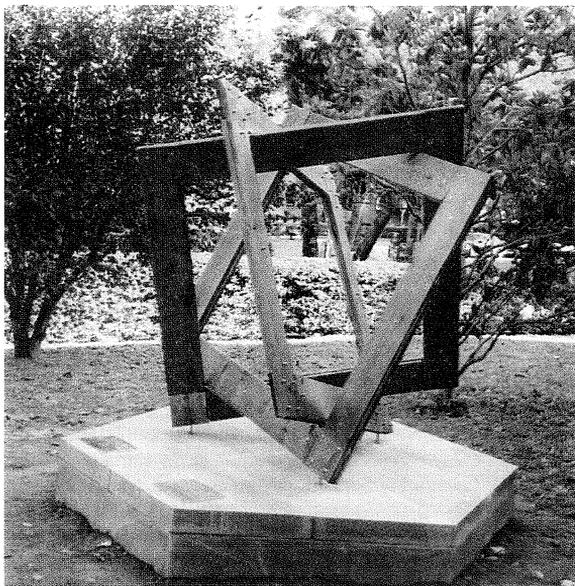
\* Clasificación de 2.000 del MR: 57-03; 57M25.

Las llamadas se refieren a la bibliografía. Si además llevan un asterisco son citas a pie de página.

<sup>1</sup> Agradecemos al Mgco. y Excmo. Sr. Rector su sensibilidad y apoyo decidido en la elección de la nueva y definitiva ubicación de la escultura; al Ilmo. Sr. Secretario de la Universidad (por su ilusión, eficaz perseverancia y superación de cuantos obstáculos se presentaban), al Ilmo. Sr. Decano de Ciencias y a la Directora del Departamento de Matemáticas. Y al arquitecto técnico de la U.T.C. por su elección del pedestal y la introducción del esbelto y fuerte sistema de fijación de la escultura al mismo.

escultura "Creación" con Aragón? ¿Por qué instalarla ante el edificio de Matemáticas?

La respuesta a la primera cuestión sigue de alguna de las actividades que, como Catedrático de Matemáticas de la Universidad de Zaragoza, debimos realizar en nuestros últimos años de servicio activo, entre 1989 y 1991. La segunda cuestión la responde la obra apologética de Pedro Alfonso y la actividad del Papa Luna, Benedicto XIII, personalidades que si son conocidas por los medievalistas, en particular de nuestra Universidad y la de Barcelona, quizás, no lo necesario por los no especialistas. Ambos han sido objeto de investigación y estudio,



Escultura "Creación"

más particularmente el Papa Luna, aunque hoy sobre Pedro Alfonso y su obra existen numerosas publicaciones, entre las que destacan los trabajos independientes de M<sup>a</sup>. Jesus Lacarra<sup>7</sup>, Klaus-Peter Mieth<sup>8</sup> y John Tolan<sup>14</sup>. En 1996, el Instituto de Estudios Altoaragoneses, con motivo del 900 aniversario de la conquista de Huesca por el rey Pedro I, ha publicado dos importantes obras: la primera es una exhaustiva puesta a punto sobre lo que, hoy, se conoce de la personalidad de Pedro Alfonso, realizada con la participación de un amplio número de calificados especialistas<sup>2</sup> en diferentes campos del periodo correspondiente a la época vivida por Pedro Alfonso, y la coordinación de M<sup>a</sup>. J. Lacarra; la segunda es una publicación de la tesis en latín de K. P. Mieth<sup>8</sup> sobre la obra apologética de Pedro Alfonso, realizada en 1982 en la Universidad libre de Berlín, con Introducción de John Tolan, traducción de Esperanza Ducay y coordinación de M<sup>a</sup>. J. Lacarra también. Nuestra publicación, que se pretende principalmente divulgadora, se apoya ampliamente en ellos, recurriendo incluso a transcribir numerosos párrafos cuando lo hemos considerado conveniente.

En cuanto a la intervención de la distinguida figura del aragonés cardenal Pedro de Luna, sobre la que recayó en 1394 la elección que le designaba papa con el nombre de Benedicto XIII, como veremos fue esencial y decisiva al presentárenos como autoridad que involuntariamente, como razonamos, debió originar la inserción del enlace en consideración, popularmente denominado "anillos de Borromeo", en el escudo de la ciudad de Cremona (norte de Italia) entre 1413 y 1423 y de él, en 1450, en el blasón de la familia de los Borromeo. El exhaustivo estudio relizado por P. Cromwell, E. Beltrami y M. Rampichini<sup>3</sup>, desde ahora

CBR, además de citar el diagrama de Pedro Alfonso y su precabalistico "tetragramaton", descubre que no fue antes del año 1406 en que pudo aparecer, por primera vez, tal enlace en el escudo de la ciudad de Cremona (en realidad, como veremos, debió de ser hacia 1417), unos 33 años antes de que se considerase en el escudo heráldico de la familia Borromeo.

La respuesta a la tercera cuestión se obtiene: al considerar el carácter matemático del "enlace alternado de tres anillos dos a dos no enlazados", determinado por la figura geométrica popularmente denominada "anillos de Borromeo", o su equivalente topológica la escultura "Creación" de John Robinson, también citada por CBR; 2º la relación que nosotros establecemos entre el símbolo Trinitario que introdujo Pedro Alfonso en 1110 y el anlace de Chartres del siglo XIII; y 3º la circunstancia de que del año 1980 al 2000, gran cantidad de las ideas de tres destacados investigadores (profesores Hilden, Lozano y Montesinos) en "Topología de baja dimensión" adquirieron forma y maduraron entre las paredes del edificio de Matemáticas de la Universidad de Zaragoza, particularmente porque alguna de tales ideas dieron como fruto una serie de importantes propiedades del enlace representado por la escultura "Creación".

Todo ello nos permite concluir que la primera referencia al enlace en consideración se halla en la obra apologética de Pedro Alfonso (destacada personalidad de la historia de la cultura europea del siglo XII como recordamos en la respuesta a la segunda cuestión) y más concretamente en el título VI de su obra "Diálogo contra los judíos". Como consecuencia, nos creemos autorizados a considerar Aragón, y más concretamente Huesca, como el lugar en que, por primera vez en la Historia, aparece una figura germen del enlace topológico que representa la escultura "Creación". Lo que, como se nos ha sugerido, entendemos autorizaría a adoptar la escultura "Creación" como un símbolo representativo de la Universidad de Zaragoza.

### **Aspectos biográficos de la escultura Creación**

Como hemos dicho, fue en nuestros últimos años de servicio activo, entre 1898 y 1991, cuando nos correspondió vivir las circunstancias que originan la presencia de la escultura "Creación" en la Universidad. Empezaremos haciendo constar que esta escultura, y otra análoga donación al Instituto de Estudios Catalanes (en donde, desde aquella fecha, está expuesta en lugar destacado y en perfecto estado de conservación) en el mismo mes de junio de 1991 por su autor, fueron expresamente realizadas en 1991 por John Robinson para tales donaciones, a la vez que realizaba otra con cuadrados de cuatro metros de lado para la Robert Hefner III Collection en Aspen. Las tres son réplicas de la realizada en madera y neón de un metro de lado en 1990 por el autor en su estudio de Somerset (Gran Bretaña) quien, el mismo año de 1990, hizo una primera reproducción en bronce con lado de cuarenta centímetros que pertenece a The Philip Trust Collection. Así mismo, el Instituto de Estudios Catalanes en 1991 distribuyó una quinta réplica en acero inoxidable, de quince centímetros de lado -realizada también en Somerset por el escultor- con motivo de la Olimpiada Matemática previa a los Juegos de la XXV Olimpiada de 1992 efectuada en Barcelona. Nos honra poseer un ejemplar y con gusto lo prestamos para ayudar a la instalación de la escultura inaugurada.

La escultura "Creación" pertenece a una serie de esculturas denominada "Esculturas Simbólicas" por su autor John Robinson<sup>12</sup>. Recientemente, también se ha publicado en un CD-ROM con 23 esculturas de la serie, con movimiento rotatorio, en disco realizado por la Nick Mee Virtual Image que amablemente nos remitió John Robinson en el mes de junio del año 2.000. El mismo mes lo pusimos a la disposición del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Zaragoza.

En febrero de 1982, asistimos al coloquio sobre "Structure Transverse des Feuilletages" organizada por el Prof. Pradines en la Universidad Paul Sabatier, coloquio en el que volvió a ponerse en relieve el interés de la noción de grupoide introducida por Ehresmann. En Toulouse y por circunstancias\*<sup>2</sup> asociadas a nuestros trabajos sobre la estructura transversa de una foliación, entramos en contacto con el topólogo Prof. Brown. Después de varias visitas suyas a Zaragoza, en Diciembre del curso 89/90 participamos en la School of Mathematics del University College of North Wales para colaborar en la experiencia que allí se desarrollaba sobre la nueva asignatura denominada "Mathematics in Context". Desplazamiento que realizamos con una ayuda de la Comisión de las Comunidades Europeas (dentro del marco del programa ERASMUS).

Sobre la actividad desarrollada en el mismo, hicimos varias comunicaciones y breves publicaciones<sup>15</sup> aunque, más tarde, apareció una más detallada con mi colaboración a la serie de Contribuciones Matemáticas de la Editorial Complutense, la publicada en 1994 en homenaje al profesor José Javier Etayo Miqueo por su jubilación (a la vez que la nuestra el 30 de Septiembre de 1991). El texto fue remitido en el curso 1990/91 como consta en el propio escrito.

En esta publicación decíamos: "El interés por la teoría de los nudos surgió con la epistemología de los vórtices en Física, debiéndose a Tait el primer resultado básico al establecer una clasificación de los nudos de Thomsom hacia 1870." . . . para seguir unas líneas más abajo: . . . "En teoría de nudos los modelos físicos son conocidos por el hombre desde el siglo VIII antes de Cristo (el nudo Antrea que se expone en el Museo Nacional de Helsinki). Hoy aparecen en varias áreas importantes de la matemática aplicada, como la ya aludida, o aquella de la Física Teórica como la "teoría de cuerdas", en el estudio de la molécula del DNA, etc., o la relación entre la teoría de nudos y las Álgebras de Von Newman".

---

\*<sup>2</sup> En el estudio de la topología del espacio de las hojas, el papel del " grupoide de holonomía" de Godbillon es esencial, pero hasta aquellas fechas los distintos estudios no permitían obtener una caracterización general única. En el coloquio conocimos al Profesor Ronnie Brown, cuyos trabajos sobre grupoides topológicos desde mediados de los 70 eran notorios. Un intercambio de ideas con respectivas visitas a las Universidades de Zaragoza y de North Wales nos llevaron a organizar una más entretenida serie de discusiones sobre el grupoide de holonomía con el Prof. Brown y otro especialista alemán que se hallaba allí aquel curso, a la vez dábamos varias conferencias en el nuevo curso "Mathematics in Context", en Diciembre de 1989.

Por otra parte, ya en el volumen titulado "Simbólic Sculpture" publicado por John Robinson en 1992 antes citado, el Profesor Brown, refiriéndose al origen del estudio matemático de los nudos, dice así:

"A scientific reason for studying knots and links arose in 1867 with Kelvin's vortex theory of atomic structure, in which atoms were thought of as knotted or linked vortices in the aether. As Kelvin wrote:

*"Diagrams and wire models shown to the Society to illustrate knotted or knitted vortex atoms, the endless variety of which is infinitely more than sufficient to explain the varieties and allotropies of known simple bodies and heir mutual affinities."*

This theory of atomic structure was abandoned, as it quickly became evident that the classification of knots and links had no correspondence with the list of elements, as given in the periodic table. However, the theory did inspire two important pieces of scientific work: first, continued work of Kelvin on the hydrodynamics of vortices; and second, a long study by the Scottish physicist, P.G. Tait, of the classification of knots".

Circunstancia a la que, en su artículo "The first 1.701.936 Knots", publicado en el nº. 4 del volumen 20 del The Mathematical Intelligencer (1998) pags. 33-48, aluden también Hoste, Thistlethwaite y Weeks diciendo que: "hacia 1860 Lord Kelvin sugirió que los átomos eran vórtices anudados en el éter lo que condujo a P. G. Tait a establecer la primera tabla de nudos apoyándose en la noción del número de cruces" (o encuentro transversal de dos ramas), para añadir que esta primitiva estrategia para clasificar los nudos es "still used today in our tabulación".

Comentando, con un buen amigo en el verano de 1991, el interés que en didáctica de la Matemática había despertado la teoría de nudos<sup>\*3</sup>, nos facilitó el conocimiento de un texto clásico de náutica, anterior a la consideración de la teoría de nudos por Lord Kelvin, escrito por Mr. Darcy Lever, titulado "Arte de Aparejar y maniobras de los buques" en la traducción al castellano por el Capitán de Navío D. Baltasar Vallarino y publicado en Madrid en 1842 en la imprenta de D. José Felix Palacios. Este libro que presenta una serie de nudos náuticos con sus nombres, con dibujos exquisitos sobre su construcción, creemos podría ser considerado como "lazo de unión o puente" entre el nudo fosilizado "Antrea" antes citado -que quizás<sup>6</sup> hoy no sea ya el nudo más antiguo conocido<sup>\*4</sup>- y los estudios matemáticos que de los mismos inició Lord Kelvin. Lo que

---

\*3 Después del curso de doctorado que desarrollamos en el 1971/72 con el título "Nudos, enlaces y grupo fundamental", sensibilizados en el tema, nos fue fácil comprender la naturaleza e interés didáctico que posee la teoría de nudos.

\*4 El libro de J. Guilaine, en la página 47, presenta varios objetos de esparto, hallados en la gruta de "Los Murciélagos de Albuñol (Granada), de origen "probable el Neolítico antiguo" (5.000 a. C.), que hacen patentes varios nudos.

comunicamos a los profesores Lozano y Montesinos entregándoles unas notas sobre el citado libro de náutica.

El nuevo curso "Mathematics in Context" incluía la presentación de una exposición titulada "Mathematics and Knots" en la que se recogían algunas obras de John Robinson, y se hacía referencia al catálogo "Symbolism: sculptures and tapestries", de la exposición en el "Pop Maths. Roadshow" en la Universidad de Leeds en Septiembre de 1989. Es gracias a este curso y a las dos exposiciones citadas como llegamos a conocer al escultor John Robinson. Como señalábamos, el catálogo de la exposición "Mathematics and Knots" concluye diciendo que "la estructura geométrica de los nudos parece algo básico para cómo debe verse la lógica del espacio". Opinión que seguimos compartiendo totalmente.

Agradablemente sorprendido y atraído por las posibilidades formativas que la exposición "Mathematics and Knots" facilitaba, expresamos al Prof. Brown la posibilidad de presentarla en Zaragoza, caso de que consiguiese interesar en ello a la Universidad. Hecho que comenté con el Vicerrector de Extensión Universitaria. Ahora bien, en septiembre de 1990 nos enteramos que el Instituto de Estudios Catalanes se había puesto en contacto con John Robinson y proyectaba realizar la exposición sobre la serie "Esculturas Simbólicas" que el autor había hecho en Septiembre de 1989 en la Universidad de Leeds antes aludida. Di cuenta de ello al Vicerrector de Extensión Universitaria y puesto que las esculturas estarían en Barcelona, su traslado a Zaragoza suponía un gasto mínimo. Gestionamos la posibilidad de que, concluida la exposición en Barcelona, se trasladase a Zaragoza. Como el propio escultor fue en Noviembre de 1990 a Barcelona, se acercó dos días a Zaragoza para confirmar el posible traslado de la exposición y conocer las salas en que se ubicaría. La exposición tuvo lugar en Barcelona, en el Instituto de Estudios Catalanes, del 10 al 24 de junio y en Zaragoza del 26 de junio al 12 de julio de 1991.

Debemos señalar que, en el Instituto de Estudios Catalanes de Barcelona, existe una segunda escultura simbólica en bronce, realizada por John Robinson en 1980, titulada *Seres Dependientes* : una a modo de toro de 1 m. de diámetro externo pero con sección un cuadrado. De hecho se trata de un espacio fibrado de base una circunferencia -corazón del toro- fibra un cuadrado y grupo las rotaciones  $(0, 180)$ .

Desde el primer momento John Robinson nos dio a conocer su propósito de donar a la Universidad de Zaragoza una réplica de su reciente escultura en madera y neón "Creación". Después de visitarnos en noviembre de 1990, presentarle al Vicerrector de Extensión Universitaria y mostrarle las salas del Paraninfo de la Universidad en que se expondrían sus esculturas (en las actuales salas de la exposición permanente Longinos Navás), su idea fue construir una "Creación" con unos cuadrados cuyo lado fuese de 3 metros de largo. Posteriormente, por razones que nos precisó, las realizó de la longitud que hoy se aprecia en la escultura expuesta.

Tanto los catálogos, como los carteles anunciadores y las tarjetas invitando a la inauguración de las respectivas exposiciones (estos dos últimos reproducidos

en blanco y negro al final de esta nota, más la de la fotografía\*<sup>5</sup> del Prof. Brown y el escultor John Robinson, que aparece en el citado catálogo, mostrando el nudo de trébol realizado con una banda o cinta de Moebius), fueron realizados sirviéndose de las planchas que se hicieron para el tiraje de las utilizadas para la exposición de la Universidad de Leeds, traduciendo el texto al catalán y castellano e introduciendo las modificaciones que los patrocinadores, lugar y fechas de presentación exigían. Es por ello que la escultura "Creación" no aparece en el catálogo (con el ISBN-0-9514947-0-8 en castellano o catalán) que se refiere a la situación de la serie en 1989. Los tres presentan en color el (3,1)-nudo toro de moebius, que el escultor denomina "Eternity", espacio fibrado de base una circunferencia, fibra un triángulo equilátero, y grupo el de rotaciones (0, 120, 240). En este caso se observa que sólo aparece una arista que es el (3, 1)-nudo toroidal.

### **Pedro Alfonso y su contexto socio-cultural**

En este segundo párrafo, respondemos a la segunda pregunta "¿Qué relación tiene la escultura Creación con Aragón?" al considerar tres aspectos de la persona de Pedro Alfonso: i) el relativo a su biografía y obra apologética, ii) el del contexto intelectual y social que le correspondió vivir, y iii) el de un característico modo de divulgar la cultura griego-árabe-oriental y su desarrollo en el al-Andalus desde Aragón.

Gracias a varios calificados y queridos colegas nos ha sido fácil el acceso a una abundante bibliografía sobre la histórica figura de Pedro Alfonso. Personalidad que, como vamos a ver, fue la que introdujo o consideró "inicialmente" una construcción geométrica que demostramos se halla en el origen del enlace matemático representado por la escultura "Creación". El contenido de este párrafo, aunque en principio pretendía presentar una síntesis de la bibliografía existente, nos ha permitido poner en evidencia ciertas importantes relaciones, hasta ahora no consideradas por los especialistas, de interés para la justificación de nuestra tesis.

#### **i) - ¿Quién fue Pedro Alfonso?**

Si recurrimos a la Enciclopedia Aragonesa leemos: "Importante escritor judeoconverso llamado originalmente Moshé Sefardí, luego recopilador de cuentos orientales, polemista antijudio, médico y científico, nacido en Huesca\*<sup>6</sup> en fecha imprecisa y bautizado en la misma ciudad en 1106". Pero hoy disponemos de posteriores, más contrastados estudios y precisas publicaciones de las obras de Pedro Alfonso, en particular de la obra apologética que nos interesa

---

\*<sup>5</sup> Reproducida con autorización del Prof. Brown y John Robinson.

\*<sup>6</sup> Lo que, aunque muy probable, no se ha podido confirmar de modo contrastado y así Tolan en (2, p. 182) dice: "pero no sabemos ni dónde ni cuándo nació, si era refugiado de al-Andalus o nativo de una ciudad del norte, como Huesca o Zaragoza", claro que tanto una como otra eran ciudades de al-Andalus hasta que fueron reconquistadas por la Cristiandad. El mismo artículo de Tolan, en su página 184, 1+8, dice que Pedro Alfonso es "un judío andaluz", creemos que ello se debe a un error del traductor del inglés al español que consideraría andalusí como andaluz, es decir, identificar al-Andalus con Andalucía.

"Diálogo contra los judíos", estudiada en las citas bibliográficas 2, 5 y 8, de las que nos limitaremos a considerar en esta nota aquellos hechos que nos permitan demostrar nuestra afirmación inicial. Es decir, que Pedro Alfonso fue quien introdujo una construcción geométrica que es, en cierto modo, dual del enlace matemático que puede ser representado por la escultura "Creación".

La mayor parte de la escasa biografía que se conoce de Pedro Alfonso se encuentra, precisamente, en su obra "Diálogo contra los judíos". De su prólogo se deduce que la edad y lugar de nacimiento de Pedro Alfonso, o su alter ego judío Moseh Sefardi (Moisés Español), son desconocidos; que fue bautizado por Esteban, obispo de Huesca, el 29 de junio de 1106 y que su padrino fue el rey Alfonso I el Batallador. Este último hecho y las diversas alusiones de afecto, a lo largo de la obra citada, hacia su rey demuestran que debía existir una relación próxima entre ambos. Algunos estudiosos indican que sirvió en la corte e incluso que fue médico de cámara del rey Alfonso I de Aragón.



Imagen reproducida de la referencia 8 de la bibliografía

La relación con el monarca, originariamente, podría deberse a su buen hacer al servicio de la corte o a su amistad con el obispo de Huesca, Esteban, que había sido maestro de Alfonso I de Aragón. El obispo conocería con anterioridad a Pedro Alfonso, quizás, por las referencias que sobre su formación y conocimientos pudieron darle los monjes cluniacenses de San Juan de la Peña, de quienes recibió la catequesis. También es probable que con anterioridad a su bautismo ejerciera como rabino en una sinagoga de Huesca.

La fecha en que escribió o terminó de escribir el "Diálogo contra los judíos" debió de ser hacia 1110, después del matrimonio de Alfonso I el Batallador con doña Urraca hija de Alfonso VI, rey de León y de Castilla (muerto en 1109).

Como dice Tolan (8, p XVIII) "Es evidente que en 1106 ya era adulto y con cierta importancia en la comunidad judía de la localidad, entre la cual provocó polémica su conversión."

Precisamente, en el año 1110 es cuando Pedro Alfonso, al concluir su obra "Diálogo contra los judíos", nos aparece en Inglaterra en la corte de Enrique I. Puede que como médico y más tarde como profesor de astronomía, materia sobre la que escribió (M. J. Lacarra, 7a) "unas tablas astronómicas (1115) precedidas de una introducción y de un prólogo"...descubiertas por Thorndike<sup>13</sup> "que siguen la pauta de la obra de astronomía de al-Jwarizmi/Maslama, y que fue la obra en latín,

como demostró Millás Vallicrosa<sup>9</sup>, que introdujo al Occidente en el cálculo científico del movimiento de los astros", y no la del inglés Adelardo Bath publicadas en 1126, aunque el de éste es el texto más completo que se conserva, y quien, posiblemente, fue alumno de Pedro Alfonso. Es en este descubrimiento de Thorndike donde se halla la famosa "Epístola a los peripatéticos de Francia" (Tolan, 2, p. 381). Otro de sus alumnos en Inglaterra, hacia el 1115, fue el lorenés Walcher prior del monasterio de Malvern (Inglaterra), que tradujo al latín la obra De Draco en 1120 y cita a Pedro Alfonso diciendo que le enseñó cómo usar el astrolabio.

Del capítulo V del "Diálogo contra los judíos" se deduce que Pedro Alfonso se crió en tierras musulmanas con lo que dominaba la lengua y escritura árabe y pudo leer sus obras, pero también al ser judío fue formado como tal, y así Tolan (8. p. XVIII) afirma que "recibió su educación religiosa en una ciudad con una comunidad judía lo bastante grande como para disponer de una sinagoga y una escuela propias y que predicaba en la sinagoga" ¿Huesca? ¿Zaragoza?, aunque, según A. Ubieto, pudo ser la propia Huesca antes de que fuera conquistada en 1096 por Pedro I. Por otro lado, M. A. Motis (2, p. 51) señala también la posibilidad de su presencia en Huesca en 1099. Respecto a cuándo regresó de su viaje por Inglaterra y Francia (aunque bien pudo desplazarse en diversas ocasiones) parece que debió ser hacia 1120. Ya que en el año 1121 figura en un testimonio notarial en Zaragoza y en el año 1142 en otro documento notarial en el que se le cita como vecino de Tudela, para concluir M. A. Motis diciendo: "La radicación en esta ciudad -en un momento en que alberga linajes muy significados del judaísmo hispánico- parece refrendarla la presencia notarial de uno de sus hijos 30 años después, con lo que se podría avalar sus presuntas relaciones con el eximio rabino Abraham Ibn Ezra". Aunque no se sabe en dónde pudo estar entre 1121 y 1142 y si viajó de nuevo por Europa durante este tiempo.

Como consecuencia de estas limitaciones y ambigüedades biográficas en la Enciclopedia Aragonesa puede leerse: "Personalidad tan famosa, pero biográficamente tan escurridiza, sólo se justificará ante la historia que aún la recuerda si es que ha dejado obras históricamente significativas. Afortunadamente, no sólo lo son, sino que autorizan a considerar a nuestro Pedro Alfonso como uno de los puntales y puentes fundamentales de la cultura occidental en tres ámbitos netamente delimitados: el arranque de la polémica conversa antijudía, el origen de la novela, y la semilla o el estímulo del espíritu empirista en la primitiva mentalidad sajona medieval, precedente de la moderna, tan eficaz". Este espíritu, aun cuando se manifiesta en toda su obra, lo evidencia críticamente en su obra científica y más particularmente en su ya citada, "Epístola a los peripatéticos de Francia" y en su famosa obra literaria "Disciplina Clericalis" de enorme influencia en Europa junto a su obra apologética. Es esta última la que nos interesa a nosotros, obra de arranque de la nueva polémica antijudía frente a la clásica agustiniana, es decir, la obra titulada "Diálogo contra los judíos", pues es en su título VI donde Pedro Alfonso introduce una figura geométrica que, como demostramos más adelante, es el origen de la escultura "Creación".

Según Pedro Alfonso escribió "Diálogo contra los judíos" para defenderse de los ataques que por su conversión al cristianismo provocó en sus antiguos correligionarios judíos. Estos decían que "había abandonado su fe anterior por

desprecio a la ley de Dios, su equívoca interpretación de los profetas y su ambición de poder y bienes del mundo". De hecho su respuesta fue la primera defensa racional del cristianismo frente a los ataques judíos e islámicos de la época. El "Diálogo contra los judíos", o los "Diálogos contra los judíos" como le llama Tolan, supone una gran novedad en la polémica antijudía. En ellos, Tolan (2, p. 181), "se expone una condena áspera y absolutamente nueva del judaísmo. Para los primeros polemistas cristianos, los judíos obedecían ciegamente la antigua ley y su pecado consistía en no reconocer la nueva ley de Cristo. A juicio de Pedro Alfonso, los judíos ya no siguen la antigua ley, sino una ley nueva y herética, la del Talmud". . . . . para seguir diciendo (p. 187) "utiliza tres nuevos métodos de argumentación, infrecuentes antes de él y que pasan a ser el repertorio clásico de los polemistas que le siguen: la afirmación de que el cristianismo armoniza mejor con la lógica y la ciencia que el judaísmo, el ataque al Talmud y el esclarecimiento de las verdades cristianas ocultas en los ritos y textos judíos postbíblicos".

El interés que suscitó esta obra fue tan extraordinario que, pese a la época y medios con que se contaba, han llegado hasta nosotros sesenta y tres manuscritos más o menos completos, junto a otros dieciséis que son traducciones o variantes, como reseña Tolan en el apéndice 2 a su libro (14) de 1993. "Los Diálogos constituyen el texto antijudío más leído y citado de la Edad Media" Tolan (8, p. X), y unas líneas más abajo añade "Ya en el siglo XII hay manuscritos de los Diálogos en gran parte de los más destacados centros escolares del norte de Europa, como Saint Victor de París, Saint Germain des Prés, Citeaux o la catedral de Hereford". En casi todos ellos se hicieron copias para otros centros, principalmente en el de Saint Victor de París que las envió hacia centros del norte de Francia.

Es posible que Pedro Alfonso pasase por el norte de Francia al regresar de Inglaterra y que se detuviera en el Centro Escolar de Chartres, les entregara una copia del "Diálogo contra los judíos" y comentase con los estudiosos del mismo sus ideas innovadoras. También es posible que este Centro hubiera podido conseguir una de las primeras copias de su obra antes citadas. Lo cierto es que el Centro Escolar de Chartres fue uno de los primeros que pusieron en práctica las ideas innovadoras de Pedro Alfonso. Éste, adelantándose a su tiempo, propugnaba una docencia renovadora basada en las ciencias, la experimentación y el empirismo. Es decir, una docencia centrada en las siete artes liberales constituidas por las cuatro del cuadrivium (la aritmética, la geometría, la música y la astronomía) más la medicina, la dialéctica y la filosofía. Abandonando definitivamente la enseñanza hierática que se centraba en el trivium y un depasado Macrobio en astronomía.

La catedral de Chartres construida en el año 1020, (en la ciudad llamada Carnotun y que en el siglo XII pasó a llamarse Chartres) fue destruida por un incendio hacia finales del siglo XII y reconstruida entre 1194 y 1290. Su importante Centro Escolar nos legó un manuscrito<sup>4</sup> del siglo XIII con unas imágenes -que denominaremos "enlace de Chartres"- del enlace matemático que más tarde, hacia 1415 o 1417 aparece en el escudo de Cremona, y en 1450 en el blasón de la familia de los Borromeo entre otras familias italianas. Desgraciadamente, como indican CBR, este manuscrito citado por Didron fue destruido por un incendio, durante la II Guerra Europea en 1944.

Uno de los objetivos de éste trabajo trata de saber si fue en el Centro Escolar de Chartres en donde, por primera vez, se consideró la figura del *enlace matemático alternado de tres componentes iguales al nudo cero dos a dos no enlazadas* (por ellos considerada como representación simbólica para explicar el misterio de la Santísima Trinidad). Y de ser así, si obtuvieron tal enlace mediante estudio y reflexión directa e independiente a partir de la figura correspondiente de la obra apologética de Pedro Alfonso como nosotros creemos, o si se auxiliaron también del diagrama de Joaquin de Fiore (1132-1202) u otros anteriores a éste, como el citado por E. Ducay en la traducción al castellano de la tesis de K. P. Mieth que consideramos más adelante. Esperamos que nuestro estudio ayude e incite a otros estudiosos, principalmente franceses por su más fácil acceso a los archivos medievales franceses, a tratar de aclarar tales hechos.

Para precisar la génesis y fechas, concretemos el estudio centrándonos en la obra apologética *Diálogo contra los judíos*. La obra la redactó siguiendo una costumbre oriental, con una forma de diálogo racionalista (educado y a veces incluso afectuoso) con su "alter ego" judío Moseh Sefardí (Moisés el Español), pretendiendo demostrar que sólo el cristianismo admitía una defensa racional apoyada en la ciencia y la lógica. La obra la divide en doce Títulos. En los cuatro primeros ataca al judaísmo, en el quinto ataca el Islam y da las razones por las que se hizo cristiano y no musulmán, mientras que los siete últimos los dedica a defender el cristianismo. Precisamente es en el "Título VI" de la obra *Diálogo contra los judíos* donde encontramos la más antigua referencia figural del enlace matemático que ha dado origen a la escultura "Creación". La mayoría de los datos que siguen han sido casi todos tomados de los libros (2 y 8). El segundo (8) es la publicación del texto latino de la obra apologética de Pedro Alfonso realizada por Klaus-Peter Mieth en 1982, con la traducción al castellano por Esperanza Ducay y con una introducción por John Tolan. Publicación que realizó en 1996 el Instituto de Estudios Altoaragoneses bajo la coordinación de la Profesora M<sup>a</sup>. Jesús Lacarra.

En el Título VI, dedicado a defender la Santísima Trinidad, al querer justificar a Moisés que son "tres personas distintas -ni una más ni una menos" dice Pedro:

"La trinidad es algo sutil e inefable, difícil de explicar, de la cual los profetas no han hablado sino oscura y veladamente. Mas cuando vino Cristo, que es una de las tres personas, la reveló a la mente de los fieles sólo en relación con su capacidad. Pero si te fijas minuciosamente en cómo está explicado el nombre de Dios en el *Secreta Secretorum*, ese nombre, digo, se escribe con tres letras aunque los signos sean cuatro, pues uno de ellos está repetido; si lo miras bien, repito, verás que el nombre mismo es uno y tres: uno por la unidad que significa, tres porque se refiere a la existencia trina de personas. pues consta ese nombre de cuatro signos o letras: "i" [ ], "e" [ ], "v" [ ] y "e" [ ], de los cuales el primero y el segundo, es decir, "i" [ ] más "e" [ ], constituyen un nombre. Lo mismo sucede si unes la segunda letra y la tercera, es decir, "e" [ ] y "v" [ ], y así tienes otro nombre. Igualmente si unes sólo la tercera y la cuarta, es decir, "v" [ ] y "e" [ ], obtendrás el tercer nombre. Y si miras todos esos signos o letras en su orden no hallarás sino un sólo nombre, como se ve en la figura 1:

La figura 1, está presentada en (8, p. 111) tomada del manuscrito n<sup>o</sup>. 5080 (f. 185 v<sup>o</sup>) de la Biblioteca Nacional de Paris, a la cual agradecen el haber permitido

reproducirla. Gracias que reiteramos nosotros al retomar el dibujo de su publicación en esta nota Figura de la que E. Ducay afirma es "Signo cabalístico de la Trinidad. Las letras son Yod, He, Vau y He, YHWH. He y Vau aparecen raras veces en el Talmud como abreviatura del nombre de Dios".

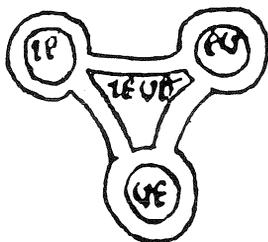


Figura 1

Figura que CBR reconstruye, pero que razona siguiendo a J. Tolan que en (8, p. XLV) dice "que muestra cómo IEVE es el nombre del Dios único compuesto de los nombres de las personas de la Trinidad: IE, EV y VE", añadiendo que "La identificación de las letras de YHWH con los nombres de las personas de la Trinidad parece ser una aportación original de Pedro Alfonso", lo que supone un cierto conocimiento precabalístico por parte de Pedro Alfonso.

Las razones matemáticas que justifican las construcciones geométricas desarrolladas (ver más adelante) en la respuesta a la tercera cuestión que planteamos al inicio de esta publicación, nos evidencian la sencillez con que se obtiene lo que denominamos "el enlace de Chartres" (popularmente los anillos de Borromeo), a partir del diagrama de Pedro Alfonso reproducido en la figura 1. Por ello creemos que una adecuada reflexión e intuición, sin formal conocimiento topológico, serían suficientes a los estudiosos del Centro Escolar de Chartres para llegar a obtener, en el siglo XIII, la figura del "enlace de Chartres" que cita Didron<sup>4</sup>. Aunque quizás su intuición se vio favorecida por la expresión que del símbolo de Pedro Alfonso nos presenta E. Ducay en 8 y que reproducimos más adelante.

La obra "Diálogo contra los judíos" fue fuente de ideas y de referencia de autoridad para la mayoría de los autores medievales, incluso para los que se dedicaban a temas de tipo científico, sin olvidar los de carácter exegetico, pues encontraban en el "Diálogo contra los judíos" la mejor información sobre el Talmud y el Islam de cuanta se había dispuesto hasta esas fechas, aunque sobre todo se utilizó como texto de referencia obligada para el planteamiento y desarrollo de las controversias o polémicas antijudías que tuvieron lugar hasta el siglo XV aproximadamente.

Desgraciadamente, las confrontaciones se convirtieron en disputas siendo cada vez más frecuentes y viscerales. El trato correcto e incluso afectivo del "Diálogo" se vio sustituido por el uso de expresiones y palabras cada vez más insultantes y degradantes. De este tipo son las que se realizaron en Pamplona y Tarazona, si bien (J. Lomba) "las más famosas tuvieron lugar en Barcelona en 1263, promovida ésta por san Raimundo de Peñafort y su discípulo Raimundo Martí, y en Tortosa en 1413-1414, organizada por el papa Benedicto XIII y el rey Fernando de Aragón", que consiguió la conversión de un elevado número de judíos, lo que fortaleció su personalidad y derecho al papado. Tolan (2a, p. 224) afirma que "sus partidarios veían en los Diálogos un instrumento útil que podía emplearse en sus esfuerzos por convertir a judíos y musulmanes de la Corona de

Aragón. Los Diálogos resultaron aún más útiles en catalán, lengua franca de los judíos, cristianos y musulmanes de Cataluña, Valencia y Baleares".

¿Cómo el símbolo Trinitario de Pedro Alfonso llegó a ser el símbolo de los anillos de Borromeo? La respuesta consta de dos partes: la primera de carácter matemático, ya citada unas líneas más arriba, prueba que el "enlace de Chartres"<sup>4</sup> se obtiene del diagrama de Pedro Alfonso; la segunda nos muestra cómo se introdujo el "enlace de Chartres" en el escudo de Cremona y cómo llegó a ser llamado "los anillos de Borromeo". La respuesta a esta segunda parte, además de CBR nos la da otro aragonés: Pedro de Luna. El cuadro presentado del supuesto retrato de Pedro de Luna y la mayoría de los datos respecto al mismo han sido tomados de la referencia bibliográfica número 10.

Recordemos que Benedicto XIII<sup>10</sup> accedió al papado en 1394 en Aviñón y que fue el último papa del Gran Cisma de Occidente. Pedro de Luna nació en Illueca (provincia de Zaragoza) en 1328, y se formó en Derecho Canónico en la Universidad de Montpellier de modo sobresaliente lo que, unido a una responsabilidad y moralidad notoria, le hizo alcanzar un gran prestigio en el ejercicio de la carrera eclesiástica. Nombrado Cardenal en 1375 por el papa Gregorio XI, le acompañó al decidir el Papa trasladarse a Roma abandonando Aviñón. Hecho que contrarió al clero francés. Pedro de Luna volvió a Aviñón en 1378 al morir Gregorio XI, momento en que se confirmó el Cisma, pues se nombraron dos Papas: uno en Aviñón, Clemente VII y otro en Roma, Urbano VI.



Pedro de Luna, que siguió a Clemente VII, contó inicialmente entre sus partidarios con San Vicente Ferrer y obtuvo varios éxitos reconocidos tanto en España (destacando sus intervenciones en la reforma de la disciplina eclesiástica, con felicitación incluso del Papa de Roma Bonifacio IX, y en la Corona de Aragón) como en la mayoría de los países de Europa. Aunque no fue así en Flandes, parte de Francia e Inglaterra pese a su defensa en la Universidad de Paris en 1393. No obstante, al morir Clemente VII en 1394, fue elegido Papa por veinte votos de veintiún cardenales votantes, adoptando el nombre de Benedicto XIII.

Las tentativas para alcanzar su abdicación y concluir el Cisma, tanto por parte religiosa como por los reyes de Francia, Castilla, Navarra y el Rey de Hungría (más tarde Emperador de Alemania), fueron inútiles. Con el rechazo del rey de Francia y la reprobación de San Vicente Ferrer por tal proceder, Benedicto XIII procuró siempre mantener el afecto de los aragoneses interesándose por su iglesia

incluso con aportaciones\*<sup>7</sup> materiales. Ante la complicación que surge en 1409 con la decisión, en un Concilio celebrado en Pisa, de nombrar un nuevo Papa, Alejandro V, para que hiciera abdicar al papa de Aviñón y al de Roma y así finalizar el Cisma, Benedicto XIII, sin hacer caso, buscó refugio en la Corona de Aragón y dedicó una atención preferente a la iglesia aragonesa con intervención directa en el interregno originado al morir en 1410 el rey de Aragón sin sucesor, hasta 1412 en que, por el Compromiso de Caspe, se nombró rey a Fernando de Trastámara. El apoyo de éste y algunos éxitos locales (como la controversia de Tortosa antes citada) parecen afianzarle en su papado. Sin embargo, en 1414 se convoca un nuevo y amplio Concilio, el de Constanza, por el papa pisano Juan XXIII sucesor de Alejandro V, con el apoyo de Segismundo Rey de Hungría. En el Concilio al imponerse la tesis conciliarista defendida por el profesor de la Sorbona Jean Gerson, según la cual la autoridad del Concilio era superior a la del Papa, efectuada en 1415 la deposición de Juan XXIII (muerto en 1419) y admitida la renuncia del papa de Roma Gregorio XII (sucesor de Inocencio VII), se vió que el Cisma acabaría si se conseguía que se abdicase Benedicto XIII.

Con este fin tuvo lugar una entrevista en septiembre de 1415 en Perpiñan entre Benedicto XIII, Segismundo Emperador de Alemania y Fernando I Rey de Aragón que fracasó rotundamente, una vez más, por los conocimientos en Derecho Canónico y la capacidad dialéctica de Benedicto XIII, pese a la insistencia de Segismundo que tampoco cedió en su pretensión y se retiró irritado. No obstante admitió una última mediación de los tres reinos, el de Aragón, Castilla y Navarra, que presentaron al Papa un requerimiento<sup>10</sup>: "o abdicaba o se le retiraba la obediencia de los tres últimos reinos que aún le apoyaban". Y así fue como el 6 de enero de 1416 la Corona de Aragón retiró la obediencia a Benedicto XIII en un edicto real leído por fray Vicente Ferrer que, aunque se refirió<sup>10</sup> a "Pedro de Luna como legítimo Vicario de Cristo, "añadió que por el bien de la Iglesia era necesario tomar aquella *amarga medicina* de la sustracción, porque se había de obedecer a Dios antes que al Papa", seis meses después le retiró la obediencia Navarra y algo más tarde Castilla. Perdido el apoyo del rey de Aragón y de San Vicente Ferrer, Pedro de Luna se vio obligado a recluirse en su castillo de Peñíscola, donde, pese haber sido depuesto el 26 de julio de 1417, aislado de todo incluso, parece ser (10, p. 154), superar un intento de envenenamiento, él siguió considerándose Papa hasta que murió en 1423.

Si ahora observamos las fechas de las diferentes situaciones que vivieron Pedro de Luna, Juan XXIII y Segismundo consignadas en los párrafos precedentes y tenemos en cuenta el artículo de CBR (página 56) donde se afirma que:

a) Cabrino Fóndulo era el mercenario que conquistó Cremona en 1406; que en 1413 se le hizo Conde de Soncino, Marqués de Castiglione y Vicario (representante) del Emperador de Alemania Segismundo. Que, sin precisar razón u origen alguno, afirman que el enlace alternado de los tres anillos "simboliza la

---

\*<sup>7</sup> Se sabe que regaló cuatro bustos de plata para guardar reliquias de San Valero, San Vicente, San Lorenzo y Santa Engracia. Así mismo dio subvenciones en 1409, con cargo a sus rentas particulares, para atender los gastos de algunas pinturas, realizar restauraciones e iniciar las obras que faltaban en la catedral de La Seo.

entrañable amistad entre Fónduo, Segismundo y el antipapa Juan XXIII". Que Fónduo rindió la ciudad de Cremona a F. M. Visconti Duque de Milan en 1420, con lo que pasó a formar parte del Ducado de Milan. Aunque acordó en 1432 darle Cremona como dote a su hermanastra, cuando ésta se casase con Francesco Sforza. Pero que Sforza combatiendo conquistó en 1440 Cremona para sí mismo y después de un acuerdo con el Duque se casó con su hermanastra en la iglesia de San Segismundo de Cremona el mismo año 1440. Como en 1446 fue reconquistada para el Duque de Milan, éste, al morir en 1447 sin hijos varones, dejó título y propiedades en herencia a Francesco Sforza, quien, para tomar posesión, debió esperar a la desaparición de la breve República Ambrosiana que se instauró al morir el Duque. Ello motivó que, cuando llegó a ser Duque de Milan en 1450, Francisco Sforza recompensase a sus amigos y aliados de familias nobles dándoles su propio símbolo (ya que la ciudad de Cremona pertenecía al Duque de Milan) y entre tales familias nobles se encontraba la familia Borromeo.

b) En efecto, precisamente en 1406 F. M. de Visconti, Duque de Milan, concede la ciudadanía milanese a Vitaliano Borromeo que se instaló en la corte del Duque en 1418 como tesorero y en 1441 como consejero. Al tener tierras de su propiedad en Arona, el Duque en 1447 le nombró Conde de Arona. Muerto Vitaliano en 1449, su hijo Filippo continuó los éxitos en los negocios bancarios, abriendo sucursales en Barcelona y Londres, siendo nombrado en 1450 "Caballero Aureo" por Francesco Sforza, Duque de Milan, que sucedió a Visconti, momento en el que consecuentemente parece debió recibir la familia Borromeo el símbolo de los tres anillos y que ésta incluyó en su blasón. Actualmente, como indican CBR, se dice que el enlace alternado de los tres anillos representa las tres familias Visconti, Sforza y Borromeo.

No es difícil concluir que: la adopción del enlace alternado de tres anillos dos a dos no enlazados "como símbolo de la amistad entre Fónduo, Segismundo y Juan XXIII" debió tener lugar después de 1413 y antes de 1419. Ya que tal adopción se tomó a iniciativa de Segismundo, por lo que debió realizarse después de que se consiguiese la deposición de Juan XXIII y la renuncia del Papa de Roma Gregorio XII en 1415. A tal decisión debió ayudar el fracaso de la entrevista de Segismundo con Benedicto XIII en Perpiñan (junto a Fernando I de Aragón) lo que nos inclina a admitir el que la adopción tuviera lugar en 1415 o 1416, aún cuando también pudo tener lugar en 1417 al ser depuesto Benedicto XIII. Ya que, además de proporcionar una satisfacción a Fónduo y a Juan XXIII (en particular a este último cuyo origen del enlace debía conocer), también le permitía diversificar el significado de un símbolo que, para Benedicto XIII, era de preciso significado religioso, particular interés y que debía apreciar especialmente. Tanto por su formación y viajes, incluso cuando era cardenal, como por el origen de tal simbolismo: la obra apologética del aragonés Pedro Alfonso que tanto se valoraba en aquellos momentos en Europa, hechos a los que se sumaba su utilidad en la labor de catequesis (recuérdese, por ejemplo, la controversia de Tortosa).

Téngase en cuenta que su formación en Montpellier y sus distintos viajes por Francia, debieron permitir a Benedicto XIII conocer alguno de los manuscritos del Centro Escolar de Chartres, entre los que, sin duda, se encontrarían los relativos a iconografía, y en los que, seguramente, no sólo llegaría a conocer la figura del enlace ya considerado en el siglo XIII en Chartres, sino que, quizás,

llegara incluso a conocer una deducción o construcción de él a partir del símbolo introducido por Pedro Alfonso, seguramente análoga a la que establecemos nosotros más adelante.

ii) - Circunstancias sociales y culturales que le correspondió vivir a Pedro Alfonso.

Frente a la lucha entre árabes y cristianos durante la Reconquista, el judío en general supo mantenerse al margen de ella y aprendió a convivir con ambos contendientes y a cultivar los conocimientos árabes y de origen oriental que tuvo a su alcance y supo asimilar y desarrollar. Como señala J. Lomba (2) "de tal manera recibieron esa herencia y la aumentaron que fueron ellos los que se encargaron fundamentalmente de transmitir el gran saber musulmán a Europa, llevándolo a cabo en la Corona de Aragón con unas características y personalidad muy propias y diferenciales con respecto a cómo se hizo esa misma labor en Castilla". Políticamente el judío llegó a ocupar puestos de responsabilidad, tanto con los musulmanes como con los cristianos. Aunque ello, a veces, le exigiera convertirse o adaptarse a las creencias dominantes, con la serie de avatares e incomprendiones tanto por parte de sus nuevos como de sus antiguos correligionarios (normalmente ello se traducían en desprecio hacia el converso, o en situaciones límite como la persecución con expulsión de un territorio e incluso, en casos extremos particulares, a ser asesinados). La convivencia no estuvo, pues, exenta de problemas y llevó a más de uno a emigrar hacia el norte, Europa o al próximo Oriente. La principal ventaja de los judíos en este ambiente, siempre que se les dejaba tranquilos, se encuentra en el progreso cultural que fueron capaces de realizar.

Recordemos que hacia el siglo XI, la península Ibérica se hallaba dividida entre el al-Andalus islamista (con provincias fronterizas como: la Frontera Superior con capital en Zaragoza, la Frontera Media con capital en Córdoba y la Frontera Inferior con capital en Mérida.) y los reinos y gérmenes de reino cristiano situados al norte (reinos de León y Castilla, los de Navarra más el germen del Reino de Aragón y el Condado de Cataluña). El momento de mayor esplendor cultural en la Frontera Superior tuvo lugar (J. Lomba, 2) entre el 1031 y 1110, años en que sus habitantes dieron muestras de "acendrada ortodoxia y fidelidad al Islam originario" durante los reinos de taifas, bajo las dinastías de los tuyibies y la de los hudies, familias "de ascendencia árabe, del sur (de la patria del Profeta), y por tanto superiores a los árabes del norte o Sirios, y a los beréberes". En ella los judíos aparecen plenamente integrados en el mundo musulmán, y ello hasta el extremo (Tolan, 2) de que "estudiaban en escuelas musulmanas (además de en sus propias escuelas judías) y se reunían con musulmanes libremente. El árabe era su primera lengua: lo utilizaban para escribir cartas, historias o tratados filosóficos; el hebreo no lo empleaban, generalmente, más que para la poesía y para obras de carácter exegetico. Los judíos cultos estaban imbuidos de la filosofía arábigo-griega, llegando a crear una singular combinación de Aristóteles y de la Torá, de ciencia y misticismo".

A la prosperidad cultural taifal sucedió el integrismo religioso de los almorávides junto a una desconfianza hacia todo lo que no fuera islámico, que consideraban frívolo y decadente, postura aún más radicalizada bajo sus sucesores

los almohades. Ello impidió, definitivamente, proseguir el desarrollo cultural que la convivencia de las tres culturas favorecía y, en general, condujo a una emigración hacia el Mediterráneo oriental y a los pueblos cristianos del norte (reino de Aragón, Cataluña y la Provenza). Gran parte de la Frontera Superior, conquistada Zaragoza en el 1118, era ya cristiana y permitió la configuración de la Corona de Aragón, tras el testamento de Sancho III el Mayor de Navarra y la firma de las capitulaciones de doña Petronila.

La figura de Pedro Alfonso nos aparece, precisamente, en la Frontera Superior a caballo entre el dominio taifal de los hudies, el integrismo religioso de los almorávides y el periodo culminante de la configuración del Reino de Aragón; con unos orígenes judíos, que quizás se silenciaron por él mismo, pretendiendo evidenciar que se reconocía como persona desde que fue bautizado como cristiano, aunque tales datos resulta extraño que también fueran silenciados por sus primitivos correligionarios, particularmente por los rabinos Samuel Abrebalia y Salomón Levita, con los que parece ser llegó a relacionarse. ¿Sería consecuencia del desprecio que les mereció su conversión al cristianismo? Nadie ha podido hasta ahora aclararlo.

Ejemplos típicos de estos intelectuales judíos fueron: el filósofo y poeta Ibn Gabirol (1020-1060), que nacido en Málaga al verse obligados sus padres a abandonar Córdoba, a los pocos años debió desplazarse a Zaragoza donde vivió y se formó hasta el año 1045, revolucionó la poesía judía e introdujo un cambio radical en la concepción de la moral, en cierto modo semejante a lo que hace Pedro Alfonso en su "Disciplina clericalis". El judío zaragozano Ibn Paquda (1040-1110), de análoga deducción racional de la ética (J. Lomba 2, p. 161), dio gran importancia a la interioridad, el esquema lógico y deductivo y a la ascética. En matemáticas y en astronomía destacaron el rey hudí al-Mu'tamin, hijo del rey al-Muctadir constructor de la Aljafería e insigne matemático, que escribió un tratado de óptica y un amplio volumen sobre geometría, astronomía y teoría de números, cuya redacción le debió exigir conocer o consultar un gran número de fuentes árabes y griegas. Seguramente debería existir una extraordinaria biblioteca de obras matemáticas en Zaragoza, posiblemente, en la Aljafería. Destacaron varios matemáticos más y, sobre todos, el teólogo, judío tudelano Abraham ben 'Ezra' (1089-1163), matemático (el primer judío en utilizar el sistema decimal y el cero), físico, astrónomo y astrólogo (escribió unas tablas astronómicas de gran influencia en Europa) -coetáneo de Pedro Alfonso, que debió conocer-, autor de unas 180 obras, y que recorrió Roma, Salerno, Luca, Mantua, Pisa, Verona, Béziers, Narbona, Burdeos, Anger, Dreux, Rouen, Londres y Winchester, y del que (2, pg. 168) "unos 150 años más tarde decía de él Yosef Delmedigo: "Era un hombre que durante todos los días de su vida, viajó por todo el mundo, desde la extremidad del mar occidental hasta Luca y Egipto, Etiopía y Elam. No tenía dinero, ni aún unos pocos céntimos, pues los despreció toda su vida. Sólo tenía la ropa que llevaba puesta, y en su equipaje sólo llevaba el astrolabio, un corazón valiente y el espíritu de Dios dentro de él"

Otro científico judío es el barcelonés Abraham bar Hiyya', también conocido como Savasorda (1065-1138), fue gran viajero y contactó muy posiblemente con Pedro Alfonso. Estudió en Zaragoza, Huesca y Lérida, y practicó la docencia en Castilla, Soria y el sur de Francia. Escribió la primera versión en

hebreo del sistema ptolomaico, y varios libros de ciencias. Fue un traductor del árabe al hebreo. También coetáneo de Pedro Alfonso y primer pensador occidental musulmán, más tarde cristiano, que hace una teoría completa del sabio solitario, fue el filósofo zaragozano Ibn Bayya o Avempace (1085-1139), muerto en Fez después de pasar por Sevilla en 1118 y Granada. Fue médico, astrónomo, matemático y poeta. Fue el primero en introducir la filosofía aristotélica en Occidente. Hizo del misticismo sufí un verdadero misticismo intelectual activo al impregnarlo del intelectualismo racional de Aristóteles, además de, como dice Lomba (2, p. 165), ser "el primer pensador occidental, musulmán y cristiano, que hace una teoría completa del sabio solitario". Sus ideas aristotélicas fueron desarrolladas y extendidas por toda Europa por el Cordobés Averroes (1126-1198), lo que originó el definitivo cambio del panorama intelectual universitario, científico, filosófico y teológico de Occidente.

Esta actividad cultural de los judíos y musulmanes, el desarrollo de las ideas árabe-griegas enriquecidas con conocimientos hindúes y persas, los frutos que se alcanzaban y el movimiento de los estudiosos dentro de el al-Andalus y Europa no fueron aprovechados por Castilla y ello pese a que, M. J. Lacarra (5), "pueda atisbarse desde siglos atrás un auténtico clima pre-renacentista en el campo de las traducciones. La labor de Alfonso X no es el inicio sino la culminación de una tarea callada de trasvase de la cultura greco-árabe al occidente. Las primeras versiones científicas del árabe al latín se inician ya en el siglo X en el monasterio de Ripoll". Y quizás una de las causas del retraso fue el excesivo tiempo y energía que debieron dedicar a las frecuentes disputas orales y públicas entre teólogos cristianos y judíos tratando de convertir a éstos al cristianismo y/o rebatir sus argumentos.

### iii) - La divulgación medieval de la cultura desde Aragón.

Como señala también Joaquín Lomba: "El alto nivel científico y de investigación que se desarrollaba en el pueblo árabe, pronto atrajo a los pueblos europeos anclados en el latín, en una ciencia como la de Macrobio, y en un saber griego casi olvidado. Además el desarrollo cultural musulmán, y el del judaísmo inmerso en aquél, no sólo repetía la obra científica y filosófica griega, sino que la perfeccionó por un espíritu crítico ansioso de saber, por puro amor al saber. Fue Europa la que, al tener noticia de estos progresos culturales del al-Andalus, corrió a la península Ibérica a llevarse traducido todo aquél caudal de saber, y así el arzobispo francés Raimundo de Sauvetat (1126-1151) acogió en Toledo (lo que se conoció como la Escuela de Toledo) a cuantos sabios europeos quisieron conseguir las obras árabes para que las tradujeran los únicos que conocían el árabe y el latín en la península: Domingo Gundisalvo y el judío Juan Hispano. Entre los dos manejaban perfectamente el árabe, el hebreo, el latín y el romance. De este modo aquel saber pasó los Pirineos sin que Castilla se enterase ni interesase por la gran e inconmensurable riqueza que habíamos creado. Hubo que esperar al siglo XVI para que Salamanca y Castilla recuperase aquel saber".

Al igual que en Castilla con Toledo, como dice J. Lomba (2, p.166-167) "El movimiento traductor también se dio en el valle del Ebro y en la Corona de Aragón desde el primer momento". El primero que recurrió "a los intelectuales aragoneses en busca de libros traducidos fue Gerberto, monje de Aurillac,

magister de Reims, abad de Bobbio y luego papa con el nombre de Silvestre II (999-1003)". Para seguir diciendo "También se tradujeron obras del árabe al latín en Pamplona", . . . así como "en Tarazona bajo el obispo Miguel (1115-1151)" quien recurrió al maestro Hugo de Santillana "para que tradujera del árabe al latín diversas obras de astronomía, astrología, alquimia y nigromancia". Esta labor traductora, como dice M. J. Lacarra, fue seguramente auxiliada por otra análoga en Tudela, habida cuenta de la tradición de esta ciudad "en científicos, filósofos y literatos árabes y judíos". Recuérdese que Tudela pertenecía a la diócesis de Tarazona.

Pero a diferencia de Castilla con Toledo, la labor de transmisión desde el valle del Ebro no se limitó a las traducciones que venían a buscar desde más allá de los Pirineos, sino que, además, se efectuó un aprovechamiento de este acervo cultural por los propios habitantes del valle del Ebro que a su vez viajaron a Europa y por España, como hemos visto hicieron alguno de los intelectuales citados en el apartado anterior Abraham ben `Ezra`, Abraham bar Hiyya', .... y el propio Pedro Alfonso. Aquí en el siglo XII las traducciones no se efectuaron, en general, directamente del árabe al latín, como en Toledo y otros lugares, sino del árabe al hebreo. Lo que, ante la falta de adecuadas palabras técnicas en hebreo, originó una serie tal de equívocos que supusieron, inicialmente, unas limitaciones para el desarrollo de la cultura occidental. Más tarde, a partir de finales del siglo XIII, cuando el latín llega a adquirir suficiente madurez científica, los judíos también compondrán y verterán obras en latín directamente.

Según (2, p. 168): "Esta situación se agravó en el siglo XII en el nordeste de la península al entrar en contacto los judíos araboparlantes con los latinoparlantes y latinoescribientes, trilingüismo que agudizó los titubeos e indeterminación del hebreo en la acuñación de términos propios, lo que dio origen al nacimiento en la Corona de Aragón y sur de Francia de tres tendencias o escuelas de traducción: la primera la "purista" de versión directa del árabe al hebreo de Abraham ben `Ezra` y Abraham bar Hiyya` entre otros; la segunda la de los "tíbbónidas" de traducción del árabe al hebreo con conocimiento del latín, iniciada por Yehudah ibn Tibbon nacido en Granada en 1120 y que murió en Marsella en 1190, seguido de su hijo, nacido en 1150 en Lunel (Francia), que tradujo al hebreo la "Guía de perplejos" de Maimónides; y la tercera, muy posterior a Pedro Alfonso, de un acercamiento al latín, del siglo XIII hasta XV".

La diferencia esencial de los judíos de la Frontera Superior fue que, además de proseguir la ciencia y filosofía que habían vivido dentro del marco de la cultura árabe de al-Andalus, la llevaron a Europa para propagarla, ante todo entre las comunidades judías y, luego, entre los cristianos. Por eso es admirable ver a judíos de la Corona de Aragón componer infinidad de tratados científicos, traducir obras del árabe y peregrinar por toda Europa con el astrolabio y sus libros bajo el brazo, enseñándolos a todo el mundo, como hiciera un Abraham bar Hiyya` o Savasorda, o un Abraham ben `Ezra` de Tudela, que también tradujo al hebreo el comentario de Ibn al-Mutanna a las tablas astronómicas de al-Jwarizmi, más tarde traducidas al latín por Hugo de Santillana y del que 150 años más tarde Yedayah ha-Penini glosará su labor en Béziers agradeciendo su labor formativa de aquellas regiones.

Esta actividad viajera docente de sus coetáneos nada tiene de extraño la practicara, también, Pedro Alfonso, dado su entusiasta deseo de transmisión del saber árabe como manifiesta en diversas ocasiones. Particularmente y de modo apasionado en su "Epístola a los peripatéticos de Francia". Así mismo su marcha a Inglaterra y Francia, al alejarle de la corte de Alfonso I de Aragón, y prebendas que en ella pudiera eventualmente disfrutar, le permitía también rebatir alguno de los argumentos con que era atacado por su conversión al cristianismo. En consecuencia, no creemos sea prudente pensar o afirmar que se autoexilase o emigrase, huyendo de sus correligionarios, como se ha llegado a admitir por determinados estudiosos incluido Tolan.

De él decía, ya en 1980, M. J. Lacarra<sup>5</sup>: "En él late el mismo espíritu científico que se esfuerza por romper con determinadas tradiciones y abrir nuevos caminos basados en la razón, la experiencia, la curiosidad, ... Esta actitud innovadora es perceptible en varios pasajes de su obra, pero muy especialmente en el preliminar a su fragmentaria traducción de las tablas astronómicas". El texto subtítulo "Carta a los peripatéticos franceses", es un auténtico manifiesto que sitúa a su autor en la vanguardia del movimiento intelectual del XII", al pugnar por una enseñanza más empírica y dejando en segundo lugar a las disciplinas literarias. Es un llamamiento a los estudiosos franceses obsesionados con la lógica para que concedan más atención a la astronomía basada en los nuevos textos árabes. Pedro Alfonso pertenece a la vanguardia del renacimiento del siglo XII. Busca desarrollar el uso de la razón, la experimentación, la curiosidad, ...

Después de esta breve visión del ambiente socio cultural que rodeó la vida de Pedro Alfonso y el estudio reciente de sus publicaciones, contando con los pocos datos que se conocen sobre su persona se puede concluir afirmando que Pedro Alfonso poseía una buena formación lógica, filosófica y científica (matemática, en astronomía-astrología y en medicina), junto a un buen dominio de las lenguas árabe, hebrea y el latín (elemento esencial de entendimiento en una sociedad basada en las tres culturas) y un amplio conocimiento de la Biblia, el Talmud, la Torá y el Corán. Lo que junto a su obra literaria (Disciplina clericalis, Diálogo contra los judíos, ...), más una rica capacidad didáctica con un apasionado deseo de transmisión de los saberes hacen de él, pese a no figurar entre los más destacados intelectuales de su época, uno de los fundadores del "renacimiento cultural del siglo XII" iniciado en Europa. Sin embargo, como hemos ya señalado, no todos supieron interpretar el "Diálogo contra los judíos". Algunos lo utilizaron soliviantándolo al incluir insultos cuando se apoyaban en él en las polémicas antijudías y/o anti-islámicas posteriores; para otros fue fuente de información bien sobre el Talmud, bien sobre el Islam, e incluso sobre cuestiones científicas, ... Leyendo el artículo de Tolan sobre "La epístola a los peripatéticos de Francia" cuando dice ( 2, p. 394, ) "A Pedro Alfonso -extranjero, antiguo judío, lector de textos árabes y arcanas tablas planetarias, maestro de doctrinas astrológicas que tal vez constituyeran herejía- al parecer, se le procuraba evitar", nos ha venido a la mente la figura del "Ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha" ingenuo desfacedor de entuertos. Mientras, sus antiguos correligionarios le silenciaban.

## ¿Por qué instalar la escultura "Creación" ante el edificio de Matemáticas?

En nuestro escrito 15a) aludido al principio, citábamos cómo Tait, hacia 1870, estableció una clasificación de varios nudos y enlaces que representábamos esquemáticamente. Entre ellos se hallaba el que en matemáticas se dice que es el "enlace alternado de tres componentes iguales al nudo cero y dos a dos no enlazadas", y este es, exactamente, el esquema matemático que nos define la escultura "Creación" que acaba de ser instalada frente al edificio de Matemáticas de la Universidad de Zaragoza. Propiamente es un modelo que se estudia en "Topología de baja dimensión", rama de la matemática de renovado interés desde la década de los 70 con las intervenciones del Prof. Thurston, como comentábamos en nuestro discurso de ingreso en la Academia de Ciencias de Zaragoza en 1984. Algunas de las clases que Thurston desarrolló en la Universidad de Princeton, en aquella década, tuvieron un alumno de excepción: el entonces becario José M<sup>a</sup> Montesinos Amilibia. Hoy catedrático de la Universidad de Madrid y uno de los internacionalmente calificados especialistas en Topología de baja dimensión que, por otra parte accedió a la docencia universitaria como Profesor Agregado de Topología de la Universidad de Zaragoza en el curso 1979/1980, donde permaneció hasta el 1980/1981 inclusive, fecha en que pasó a la Universidad Central de Madrid como Catedrático de Topología.

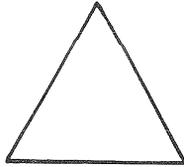
Por otra parte, en la respuesta sobre ¿Quién fue Pedro Alfonso? quedó pendiente de establecer la relación existente entre el símbolo Trinitario de Pedro Alfonso y el "enlace de Chartres". Ahora bien, Pedro Alfonso además del misticismo sufi con sus connotaciones pre-cabalísticas al meditar sobre los nombres de Dios, debía saber: que los antiguos cristianos representaban a la Santísima Trinidad por la superficie de un triángulo equilátero (constituido de tres partes iguales e igualmente unidas) inscrito eventualmente en un círculo para representar a Dios, y que San Agustín en *De Trinitate* [IX, 5, 7] la representaba por tres anillos de oro, es decir, tres anillos de la misma substancia. Es posible que la figura anterior le surgiera al querer obtener, con ayuda de sus conocimientos precabalísticos, un símbolo dado por una única figura geométrica en la que no fuese preciso imaginar (caso del triángulo) o suponer (caso de los tres aros) otro hecho que la idea que se simboliza. Con ello evitaba tener que referirse, en la explicación, a conceptos no aludidos expresamente en el dibujo o representación, como los del excesivo esquematismo de un triángulo o la substancia del material que componía los aros. De esta forma, hacia 1110, se disponía de los símbolos que denominamos: primitivo, de San Agustín y de Pedro Alfonso, representados esquemáticamente en la figura 2.

A primera vista puede pensarse que Pedro Alfonso se hubiera limitado a "yustaponer" ingeniosamente ambas representaciones y a etiquetar cada uno de los cuatro espacios que limitan la figura, conforme a sus reflexiones precabalísticas, ayudado por un enigmático libro, el *Secreto de los Secretos*, que se considera hoy desconocido y desde luego distinto de la carta apócrifa de Aristóteles a Alejandro Magno de igual título, como señala Tolan.

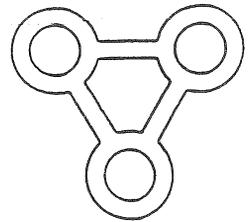
Matemáticamente se puede pensar que, al observar la representación primitiva y la agustiniana, Pedro Alfonso buscó sintetizarlas en una figura sin las

limitaciones expresivas de las dos anteriores. Consideró la figura "dual" del triángulo equilátero, es decir, el trilátero equiángulo, de modo que fueran los vértices -o los ángulos asociados- quienes representasen a las tres personas en lugar de los lados, con lo que cada una aparece unida a las otras dos a través de los lados. A la vez conservaba su unidad por la pertenencia a un todo: la superficie triangular que se obtiene como intersección de los tres ángulos iguales en magnitud -como las personas en la interpretación religiosa-.

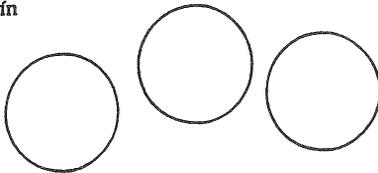
El triangular,  
más primitivo



El de Pedro Alfonso



El de San Agustín



Representaciones anteriores al Diálogo

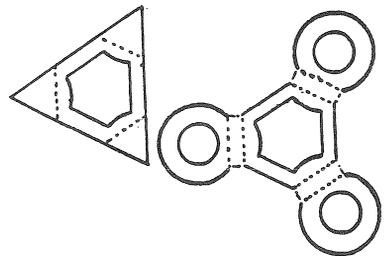
Introducida en el Diálogo

Figura 2.

Es probable que, para construir su símbolo\*<sup>8</sup>, considerase el triángulo y los círculos (aros) del simbolismo primitivo y de San Agustín en el espacio, y sustituyese en el trilátero equiángulo los vértices por los círculos rotulados con los nombres del tetragramaton con lo que le aparecen ligados por el trilátero equiángulo -igual a la intersección de los tres ángulos- que primitivamente representaba su unidad, Dios, en la explicación simbólica del misterio de la Santísima Trinidad de la antigüedad. Esta construcción geométrica ¿se la sugeriría a Pedro Alfonso uno de los libros de Euclides? ¿sería éste el que llama *Secreta Secretorum* ? También creemos que recurrieron al espacio de tres dimensiones los estudiosos del Centro Escolar de Chartres para construir su respectiva figura.

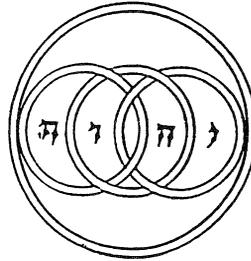
Pero en el trilátero equiángulo, luego en la figura que representa cada persona por un ángulo y que Pedro Alfonso pone como marco un aro, cada uno está unido a los otros dos por un lado -los que delimitan el ángulo- si sustituimos estas uniones de cada aro con los otros por un enlace de cada aro con los otros dos

\*<sup>8</sup> Pedro Alfonso fue así el primero en aplicar la hoy llamada "cirugía de variedades", cortó los vértices y pegó los círculos en su lugar, ver el boceto de la derecha: Si materializamos el triángulo mediante lados iguales dados por alambres o cuerdas, con extremos que se cruzan o apoyan en los vértices, le bastaría "pegar" (soldar) a ellos los extremos libres de los aros con un corte transversal.



e inscribimos los tres, así enlazados, en un cuarto aro que los envuelva (en lugar del triángulo que los unifica), se obtiene la unidad de los tres, y el diagrama de

Pedro Alfonso pasa a adoptar la forma, que parece ser de uso más frecuente según Esperanza Ducay, y que cita en la traducción de la tesis de K. P. Mieth (2, p. 313), precisando que "En la disciplina empleada por los talmudistas cabalistas tiene el significado de "poder", el de "amor" y el de "unión", . . . de donde la figura puede ser interpretada así: "Tres iguales unidos por el amor", es decir la Santísima Trinidad".



Pero esta forma del símbolo introducido por Pedro Alfonso, indujo a error a Joaquin de Fiore<sup>11</sup> (1135, 1202) (1° Benedictino, más tarde Cisterciense y finalmente, en 1196, fundador de su propia Orden de S. Giovanni in Fiore), pero cuya obra llegó a ser condenada en 1215 en el cuarto Concilio de Letran. En particular se condenó el que llegase a colorear cada aro con distinto color con lo que los hizo desiguales. Observese que, aun cuando encontró en el símbolo de Pedro Alfonso la figura que buscaba para representar a Dios como Unidad y Trinidad, Joaquin (l +1, p. 20 de 11) "removed the outer, containing circle, because to express the Unity separately was abhorrent to him, making a quaternity. Instaed he adapted the three circles to interlace in such a way that a central segment was common to all three". Sin embargo, entendemos que su error fue también geométrico, ya que no vio que el enlace de los aros sólo era posible en el espacio como los eslabones de una cadena, por lo que no podía existir punto alguno común a los tres aros, luego menos aún un segmento como él admitió. Era preciso conservar el cuarto aro (o el triángulo primitivo). Ello quedará patente en la discusión matemática que hacemos a continuación tanto sobre el símbolo de Joaquin de Fiore como sobre el de Pedro Alfonso, demostración que, a la vez, nos permitirá ver cómo el enlace de Chartres se obtiene fácilmente del símbolo inicial de Pedro Alfonso.

Consideremos la correspondencia biunívoca entre el triángulo y el trilátero del esquema nominal:

Trilátero equiángulo ——— Triángulo equilátero  
 (a b c) . . . . . (A B C)

en la que, lo que era un punto (como vértice de un ángulo, vgr.  $A = bc$ ) pasa a ser el lado opuesto considerada en su recta soporte  $a = BC$  (como borde del semiespacio que contiene el vértice opuesto A), de modo que la terna de puntos A, B y C, de estar representada conjuntamente por la unidad -espacio limitado por el trilátero- que resulta como intersección de los tres ángulos, pasa a estar representada por la terna de lados AB, BC y CA (o de semiespacios determinados cada uno por la recta soporte de un lado y el vértice opuesto). La unidad así determinada, aún seguiría siendo dada por la intersección de estos tres semiespacios, ya que es de esta forma como se obtiene también el triángulo

equilátero. Gráficamente, nuestra correspondencia nos pasa de la figura de la izquierda a la de la derecha

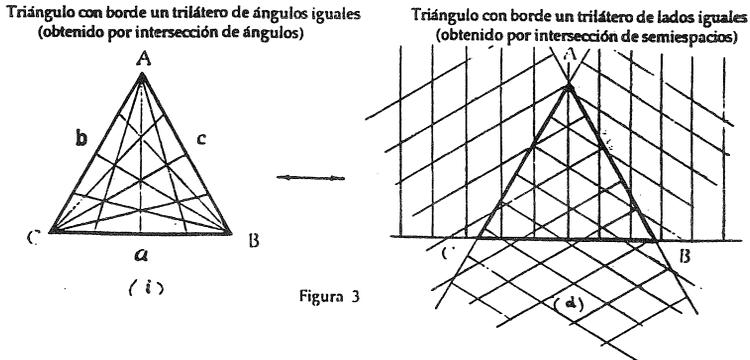


Figura 3

Y si Pedro Alfonso realizó una síntesis de las ideas primitiva y de San Agustín, ¿cómo se situarán en la figura de la derecha los tres anillos de la concepción agustiniana? El procedimiento a seguir aquí es más natural. Basta con compactificar la recta real soporte de cada lado. Topológicamente cada una de esas rectas compactas equivale a una circunferencia y el semiplano del que son borde equivale al círculo limitado por ellas. En estas circunferencias, un determinado arco (vgr. el BC) será el equivalente topológico del lado en la figura de la izquierda (del BC en el ejemplo considerado) y el triángulo rectilíneo con borde un trilátero de lados iguales nos aparecerá como un triángulo curvilíneo convexo con borde un trilátero de lados arcos de circunferencia iguales. Si en 4 (i) repetimos el dibujo de la figura 3 (d), su imagen por la compactificación sería la expresada por la figura 4 (d), en la que el interior del triángulo curvilíneo sería no vacío -esencial para la idea de Unidad en la Trinidad-, como intersección de los tres semiplanos, representando la unidad de la terna, es decir:

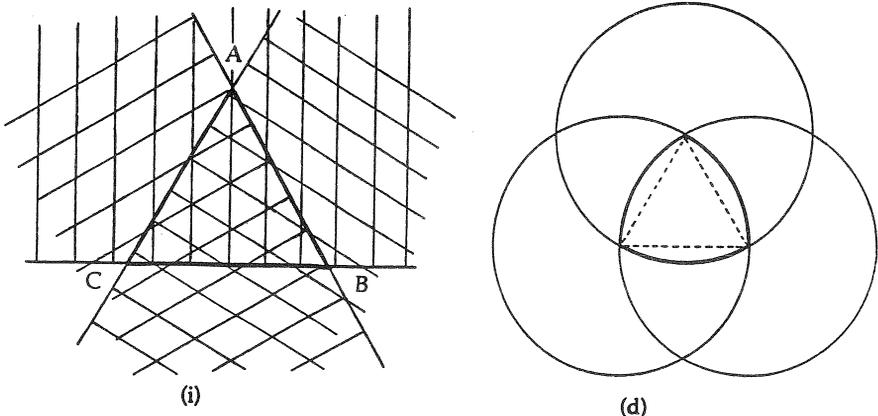


Figura 4

Pero en el esquema no se evidencia la alternancia. Para ello hemos de considerar los aros de un determinado grosor, de alambre, cuerda, madera, etc. Al fijar el modo de cruce o unión en los vértices se obtiene el enlace buscado y que, en el Centro Escolar de Chartres, quizás lo obtendrían experimentalmente considerando los diez únicos enlaces distintos que representa CBR en la página 55 de su publicación. De todos los enlaces posibles, sería el enlace alternado de tres aros dos a dos no enlazados el que elegirían al observar que éste es el de mayor rigidez, como también señala CBR (propiedad de interés para los constructores de mallas protectoras).

Obtendrían así la figura 5, situada a la derecha, que hemos tomado de la página 60 del CBR, y que es la que hemos llamado "enlace de Chartres"<sup>4</sup>, en la que, con toda propiedad, pueden representar la Unidad, Dios, en el triángulo curvilíneo central. Obsérvese que los cruces los destacaron con manguitos.

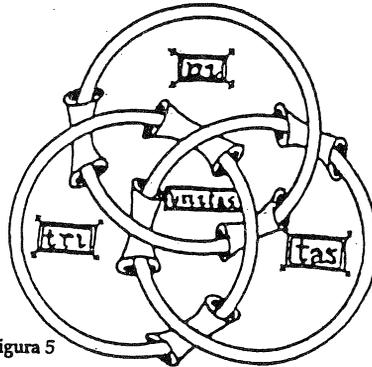
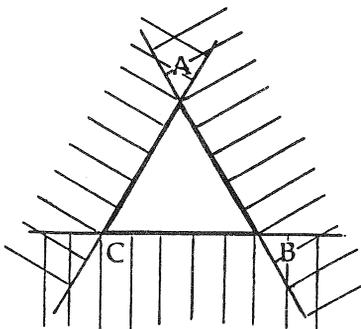
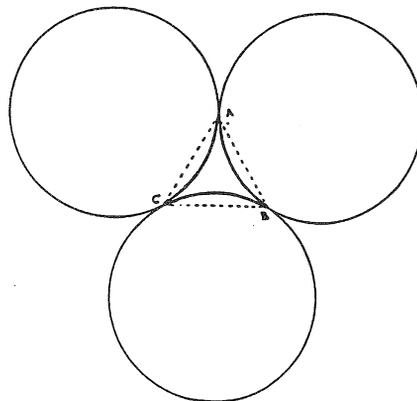


Figura 5

Antes de materializar la construcción experimental de la figura 4 (d), que veremos nos reproduce el enlace de Chartres (aunque sin manguitos), veamos primero cómo se materializa el caso más sencillo, asociado a la noción de cadena cerrada de tres eslabones. Obsérvese que con cada plano de la figura 4 (i) existe su complementario, es decir, el determinado por la recta soporte del lado del triángulo y la porción de plano que no contiene al vértice opuesto al lado, y se observa también que, si en lugar de compactificar la figura 4 (i) hubiéramos compactificado la determinada por los planos complementarios considerados en la figura 6 (i), obtendríamos la figura 6 (d). Veamos ahora cómo materializar experimentalmente la figura 6(d).



(i)



(d)

Figura 6

Supongamos que disponemos de tres trozos iguales de cuerda de nylon (más manejable que el alambre de las mallas y cadenas medievales) y dispongámoslos triangularmente como se expresa en la figura 7(i) donde los vértices A, B y C se obtienen pasando una cuerda sobre otra alternadamente (hecho representado de modo habitual cortando aparentemente con la cuerda que pasa por encima a la que pasa por debajo). Aún cuando no se haya rayado el dibujo, se supone que consideramos los semiplanos exteriores como en la figura 6 (i) cuyo borde son las rectas soportes de los segmentos de cuerda lados del triángulo. Supondremos además que las cuerdas están pegadas por los puntos de contacto dos a dos, es decir, por los vértices A, B y C (lo único que esto implica es que su imagen en 6 (d) sea rectilínea). En este caso no existe punto común a los tres semiplanos, es decir, el interior del triángulo ABC es vacío. Aunque cada dos planos sí que se cortan, luego tienen puntos comunes: todos los del ángulo exterior al triángulo en cada vértice.

En la deformación por continuidad de estos semiplanos, al compactificarlos añadiéndoles un punto, el que los ángulos externos estén constituidos por puntos de dos planos obliga a que, por ejemplo, el ángulo exterior A se transforme en una región compacta limitada por dos arcos: uno de cada una de las circunferencias en que se transforma el borde de los semiplanos que determinan el ángulo A. Y así con A punto de cruce aparece otro punto A' en el que los aros se vuelven a cruzar, de modo tal que (alternancia entre cruces consecutivos) se invierte el orden de superposición o cruce de las cuerdas, como indica la figura 7 (d) lo que hace que las circunferencias estén simplemente enlazadas.

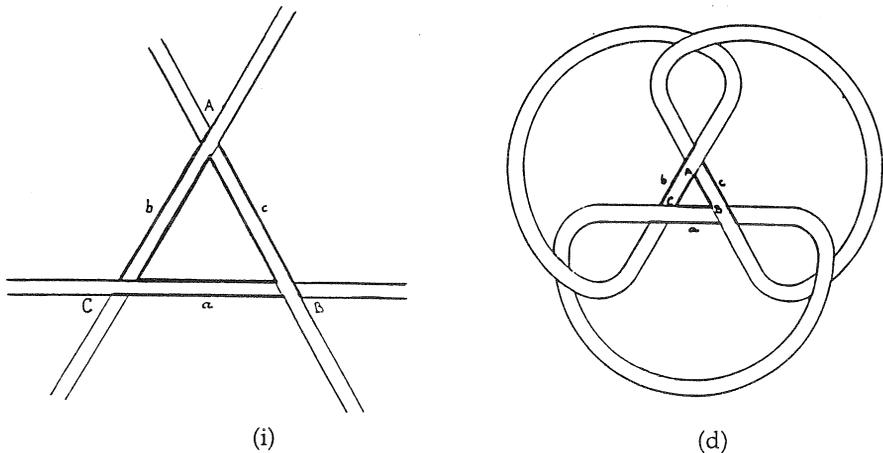


Figura 7

Es claro que las figuras 7(d) y 8(i) son iguales, mientras que la 8(i) es topológicamente equivalente a la 8(c) obtenida de la 8(i) por giro de la componente a en el espacio en torno a su lado recto y eventual estiramiento como si fuera de caucho. Pero trivialmente, mediante deformación continua adecuada, la 8(c) es topológicamente equivalente a la representación del símbolo de Joaquín de Fiore presentado en 8(d):

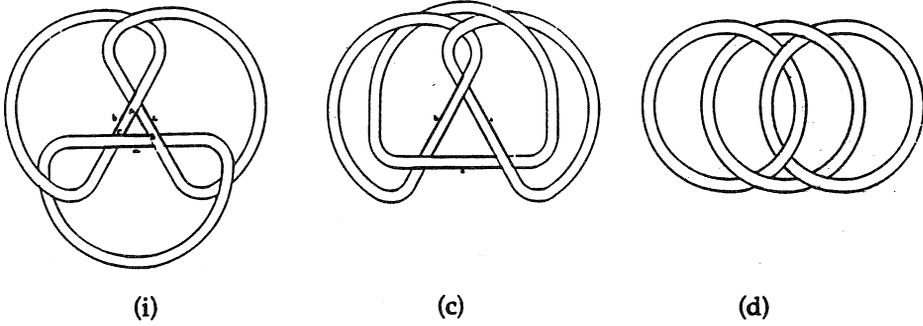


Figura 8

Esta obtención del símbolo que consideró Joaquín de Fiore<sup>10</sup> nos evidencia, por otra parte, cómo queda excluida la unidad que nos determina el símbolo triangular de la antigüedad. Tampoco hace patente una unidad de substancia en los tres aros como supone San Agustín, si acaso puede pensarse que sustituye la sustancia por el hecho de estar enlazados dos a dos. Esto que podría interpretarse como la interdependencia de cada una de las personas entre sí, no permite deducir del simbolismo la existencia de un sólo Dios verdadero y, en consecuencia, no permitiría oponerse tajante y claramente a la acusación, uno de los ataques de los teólogos islamistas al cristianismo, que interpretaba el misterio de la Santísima Trinidad diciendo que la religión cristiana era politeísta.

Podemos ahora abordar la materialización de los esquemas de la figura 4. Démonos tres cuerdas de nylon dispuestas como se indica en la figura 9 (i), que supondremos bordes de los semiplanos considerados en la figura 4. Obsérvese que, como sigue de la figura 4, en este caso existe una región, la delimitada por el triángulo ABC (incluidos los lados) que está constituida por puntos triples, tanto en 4 (i) como en 4 (d), siendo dobles todos los restantes puntos de cada sector intersección de dos círculos imágenes de dos semiplanos.

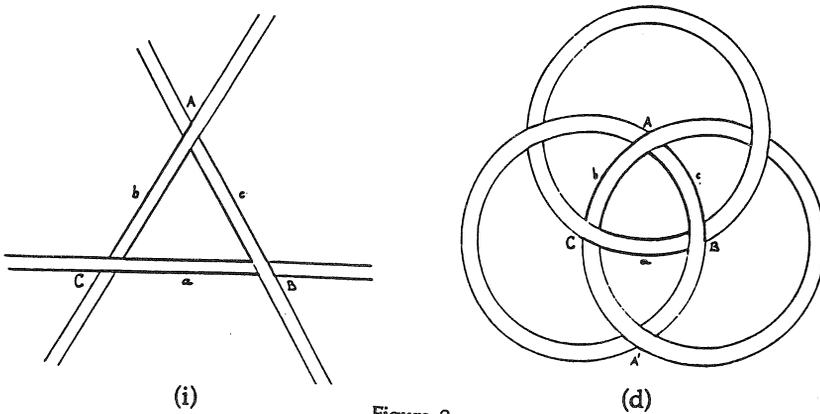


Figura 9

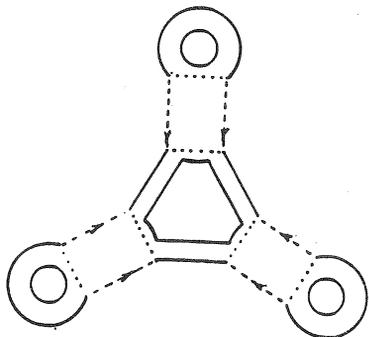
Además, dada la alternancia de los cruces en los vértices del triángulo, por ejemplo en el vértice  $A = b \text{ } \textcircled{9} \text{ } c$  el aro  $c$  pasa por debajo del aro  $b$ , con lo que, por la alternancia, en  $B = c \text{ } \textcircled{9} \text{ } a$  el aro  $c$  pasa por encima del  $a$ , de modo que en el punto de cruce siguiente  $A' = b \text{ } \textcircled{9} \text{ } c$  el aro  $c$  pasa de nuevo por debajo del aro  $b$ , con lo que queda claro que los aros  $b$  y  $c$  no están enlazados. Mediante permutación circular sobre las letras se verifica que, análogamente, los aros  $c$  y  $a$  no están enlazados y que tampoco lo están los aros  $a$  y  $b$ . Como cada uno de estos pares de aros aparecen así enlazados por el tercero, queda probado cómo la construcción de Pedro Alfonso nos determina el **enlace de Chartres** o "enlace alternado de tres aros dos a dos no enlazados". Resultado conseguido mediante la dualidad nominal considerada y el proceso de compactificación. En la práctica, tal propiedad nos permite que tomemos ya construidos dos aros de nylon, enlazarlos con la tercera cuerda, es decir, construidos los aros  $b$  y  $c$  se sitúan uno apoyándose sobre el otro (vgr.: el  $b$  sobre el  $c$  como en la figura 9) y enlazarlos con la tercera  $a$  pasándola por encima del  $b$ , luego por debajo del  $c$ , a continuación por encima del  $b$  y, finalmente, por debajo del  $c$  para, a continuación, pegar los extremos de la cuerda  $a$ , lo que nos daría el tercer aro  $y$ , con él, el enlace de Chartres.

#### Observaciones:

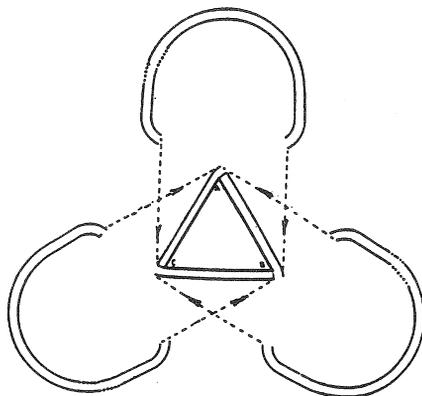
1ª. Este proceso práctico también nos permite aplicar la actualmente citada "cirugía de variedades" a los triángulos equiláteros para obtener directamente el "enlace de Chartres". Bastaría efectuar el adecuado "corte" en los aros y "pegado" -aquí a los extremos de cada lado- después entrelazar convenientemente el tercer lado a los dos aros (ya construidos sobre dos de los lados del triángulo equilátero) y pegar a sus extremos el tercer anillo por el corte hecho en él.

2ª. De hecho, la correspondencia establecida en la figura 3, nos asocia con el símbolo de Pedro Alfonso, obtenido mediante "cirugía de variedades", el correspondiente "enlace de Chartres", obtenido también mediante "cirugía de variedades", como se expresa esquemáticamente:

Triángulo con borde un triángulo de ángulos iguales (obtenido por intersección de ángulos)



Triángulo con borde un triángulo de lados iguales (obtenido por intersección de semiespacios)



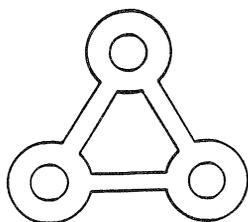


Diagrama de Pedro Alfonso

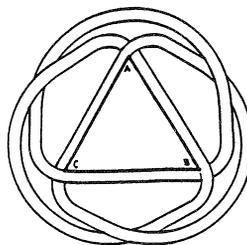


Diagrama de los anillos de Chartres

en donde, como de costumbre, los trazos de puntos designan la porción de aro que pasa por debajo de otro aro en la figura final.

Visto estos sencillos modos de obtener la figura, que más tarde se llamó "los anillos de Borromeo", a partir del diagrama de Pedro Alfonso, no es nada extraño que en el Centro Escolar de Chartres, llegaran a obtenerlo en el mismo siglo XII, aunque los manuscritos que los representaban fuesen, como dice CBR, del siglo XIII. Creo sería interesante, e invito particularmente a los colegas de Francia para, con tiempo y más fácil acceso a Chartres u otros archivos medievales franceses, que traten de determinar la fecha precisa en que en el Centro Escolar de Chartres se construyó el *enlace matemático alternado de tres anillos dos a dos no enlazados*. Interesaría también conocer si existe alguna construcción del mismo realizada en el siglo XII o en el XIII, obtenida independientemente o apoyándose en la de Pedro Alfonso. Desde luego hoy, sin otra fecha de su existencia que la del siglo XIII, debemos considerarla como la más antigua y elegante figura de carácter matemático utilizada para explicar el misterio de la Santísima Trinidad. Sin embargo, no creemos pudiera haber sido anterior a la dada por Pedro Alfonso en 1110, debido a las razones históricas de divulgación en Europa del desarrollo en la Corona de Aragón de la cultura árabe-griega-oriental que han sido expuestas y ser la figura matemáticamente deducible de la de Pedro Alfonso como hemos demostrado.

### Conclusión:

Quizás, cuanto precede sería suficiente para responder a la pregunta inicial que origina este parágrafo. Sin embargo existe otra razón. Aunque nosotros no hayamos trabajado en Topología de baja dimensión, sí que lo realiza actualmente, en el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Zaragoza, una de sus catedráticas, la Dr<sup>a</sup>. M<sup>a</sup>. Teresa Lozano Imizcoz, que realizó los estudios de Licenciatura en Matemáticas en la misma Universidad, fue inicialmente formada en topología algebraica bajo nuestra dirección, materia en la que se doctoró. Después de ampliar estudios en Estados Unidos durante los cursos 1976/1977 y 1977-1978, consiguió una plaza de Profesor Titular de la Universidad de Zaragoza, incorporada a la misma en el curso 1978/79, tuvo la oportunidad de conocer al Profesor Montesinos y establecer una enriquecedora colaboración en el trabajo de

Profesor Montesinos y establecer una enriquecedora colaboración en el trabajo de investigación que, en unión del profesor H. M. Hilden de la Universidad de Hawaii, pronto comenzó a dar interesantes resultados. Lo que aclara la afirmación sobre la intervención de la terna de profesores Hilden, Lozano y Montesinos a que aludíamos en la introducción.

Creemos que todo cuanto precede es más que suficiente para justificar que la escultura "Creación" se considere patrimonio intelectual de Aragón. Un bien que por su carácter simbólico y cultural, originariamente fruto de la mente de un hijo de Aragón, sea emblemático de la Universidad de Zaragoza y, particularmente, del Departamento de Matemáticas dadas sus características y propiedades topológicas; alguna ya citada en las páginas anteriores, y otras entre las que figuran las aludidas en el discurso de ingreso en la Academia de Ciencias de la Catedrática M<sup>a</sup>. Teresa Lozano Imizcoz y en nuestro discurso de recepción en nombre de la Academia: su carácter de enlace universal (también aludido por CBR, con cita de Hilden, Lozano y Montesinos, los tres investigadores que lo descubrieron) y aquél en que, considerado como una curva sobre la esfera tridimensional, es el lugar sobre el que toda 3-variedad aparece como cubierta ramificada de la esfera tridimensional. Fundamental resultado, también, obtenido por Hilden, Lozano y Montesinos, en horas de trabajo, de discusión e intercambio de ideas que, gran número de ellas, tuvieron lugar entre los muros del edificio de Matemáticas de la Universidad de Zaragoza, facilitando su maduración y concreción.

Concluiremos este trabajo señalando que, después del trabajo de P. Cromwell, E. Beltrami y M. Rampichini, con los datos y resultados aquí considerados e introducidos, cualquiera que sea el significado filosófico, matemático, histórico o religioso que se le atribuyó o se le pueda atribuir a las diversas representaciones del enlace en cuestión, está claro que **la existencia del enlace representado por la escultura Creación es algo propio y característico muy ligado a la Universidad de Aragón** ya que, no sólo fue engendrado en el ambiente intelectual que frecuentó en estas tierras Pedro Alfonso al principio del siglo XII, sino que, con su propagación personal por toda Europa, nos aparece como precedente de la vocación europeísta de Aragón. Por todo ello nos permitimos sugerir que sea considerada la escultura **Creación** como el símbolo representante de la Universidad de Zaragoza.

## Reconocimientos

Agradezco vivamente a la profesora M<sup>a</sup>. Jesús Lacarra por sus informaciones y el ejemplar de la publicación, realizada bajo su coordinación por el I. E. A, de la tesis de K. P. Mieth. Gracias, también, a mi apreciado amigo el profesor Joaquín Lomba por las orientaciones y abundante bibliografía que me facilitó. También agradezco al profesor José M<sup>a</sup>. Montesinos que me facilitase el trabajo de P. Cromwell, Elisabetta Beltrami y Marta Rampichini, artículo que me motivó la redacción de esta publicación. Y finalmente, por más íntimo y personal, mi cordial agradecimiento a mi esposa.

## BIBLIOGRAFIA

- <sup>1</sup> R. Brown, J. Robinson and C. Quinton: "Symbolic Sculpture and Mathematics", 1996, North Wales University, Bangor.
- <sup>2</sup> C. Burnet, J. Casulleras, J. Lomba, M. A. Motis, y otros: "Estudios sobre Pedro Alfonso de Huesca" colección de artículos coordinados por M<sup>a</sup>. Jesús Lacarra, publicados en 1996 por el Instituto de Estudios Altoaragoneses en el 900 aniversario de la conquista de Huesca por el rey Pedro I.
- <sup>3</sup> P. Cromwell, E. Beltrami y M. Rampichini: "The Borromean Rings", *The Mathematical Tourist*, v. 20, número 1, 1998 del *The Mathematical Intelligencer*.
- <sup>4</sup> M. Didron: "Iconografie Chrétirene", Imprimerie Royale, Paris, 1843.
- <sup>5</sup> E. Duçay: Traducción del latín al español de la obra de Pedro Alfonso "Disciplina Clericalis", con introducción y notas de M<sup>a</sup>. Jesús Lacarra. 1980, Guara editorial, S.A.
- <sup>6</sup> J. Guilaïne: "La Mer Partagée", 1994, editorial Hachette.
- <sup>7</sup> M<sup>a</sup>. J. Lacarra: a) "Pedro Alfonso", (Colección "Los Aragoneses", n<sup>o</sup>. 3), 1991, Publicación de la Diputación General de Aragón b) "El cuento oriental", C.A.I. Edelvives Talleres Gráficos, 2000, Zaragoza.
- <sup>8</sup> K-P. Mieth: Tesis realizada en la Universidad libre de Berlin en 1982 sobre la obra de Pedro Alfonso "Dialogo contra los judíos", traducida por E. Duçay e introducción de J. Tolan. 1996, editorial "Larumbe" de Huesca. Edición del Instituto de Estudios Altoaragoneses.
- <sup>9</sup> J. M. Millás Vallicrosa: La aportación astronómica de Pedro Alfonso, *Sefarad*, III, (1943), pp. 65-10.
- <sup>10</sup> J. A. Parrilla y otros (Grupo Nono Art): "Benedicto XIII. La vida y el tiempo del Papa Luna", 1987, Edita C.A.I. ISBN 84-505-5102-1
- <sup>11</sup> M. Reeves: Joachim of Fiore and the prophetic future. Edit. Sutton, 1999, London. ISBN 0-7509-2151 X.
- <sup>12</sup> J. Robinson: "Symbolic Sculpture by John Robinson", 1992, Edition Limitée de Carouge-Geneve, Switzerland.
- <sup>13</sup> L. Thorndike: History of Magic and Experimental Science During the First Thirteen Centuries of our Era, New York, 1923, III, pp. 68-73; así como History of Magic and Experimental Science, Columbia University Press, 1941, New York.
- <sup>14</sup> John Tolan: "Petrus Alfonsi and His Medieval Readers", Gainesville, University of Florida, 1993.
- <sup>15</sup> José L. Viviente Mateu:
  - a) "¿Es necesaria la geometría en la educación matemática?", 1994, Colección de artículos de homenaje al Prof. J. J. Etayo Miqueo por su jubilación. Volumen de la serie de Contribuciones Matemáticas de la Editorial Complutense. U.C. M. Madrid.

- b) "La Geometría en la formación personal", Actas XV Jornadas Luso-Espanhola de Matemática, Universidad de Evora, 1990.
- c) "La importancia de la Geometría en la educación Matemática", Actas del I Congreso Iberoamericano de Enseñanza de la Matemática, Sociedad THALES, Universidad de Sevilla, 1990.

José L. Viviente Mateu  
Profesor Emérito  
e-mail: vivposta.unizar.es